

На правах рукописи



Савенко Иван Григорьевич

Фотоэлектрические явления и сверхпроводимость в гибридных Бозе–Ферми системах на основе двумерных полупроводниковых структур и графена

Специальность 1.3.8 —
«Физика конденсированного состояния»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Новосибирск — 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук (ИФП СО РАН)

Официальные оппоненты: **Шляпников Георгий Всеволодович**, доктор физико-математических наук, профессор, научный директор ООО “Международный центр квантовой оптики и квантовых технологий” (ООО “МЦКТ”)

Шубина Татьяна Васильевна, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук

Кавокин Кирилл Витальевич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник исследовательской лаборатории Оптики спина им. И. Н. Уральцева Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ)

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук

Защита состоится 19 апреля 2022 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета 24.1.134.01 при Институте физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, расположенном по адресу: 630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 13.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН и на сайте <https://www.isp.nsc.ru/institut/dissertatsionnyj-sovet/zasedaniya/savenko-ivan-grigorevich>.

Автореферат разослан

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

Погосов Артур Григорьевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации. В последнее время активной темой исследований стала физика двумерных дираковских материалов, таких как графен [1] и дихалькогениды переходных металлов (ДПМ) [2]. О существовании этих соединений было известно с начала XX в., но некоторые из двумерных материалов были лишь недавно (в двухтысячных годах) получены в результате экспериментов в образцах достаточно хорошего качества, и в них стали изучать новые электрические, оптические и электрооптические эффекты, такие как долинный эффект Холла [3]. А за получение монослоя графена была присуждена Нобелевская премия по физике в 2010 году А. Гейму и К. Новосёлову [4, 5].

Кроме того, относительно недавно были созданы гетероструктуры, в которых вместо обычных полупроводников, таких как кремний (Si) или арсенид галлия (GaAs) и другие твёрдые растворы на его основе (например, соединение галлия с алюминием, индием и мышьяком GaAlInAs), выступают монослои новых двумерных материалов [6], такие как, например, дисульфид молибдена MoS₂. Было показано, что электроны в ДПМ обладают достаточно высокой подвижностью, и на их основе можно создавать транзисторы, прозрачные тонкие плёнки, а также различные логические элементы. В таких структурах появилась возможность изучать не только двумерный электронный газ, но и эффекты кулоновского взаимодействия между носителями заряда. Так притяжение электронов и дырок приводит к образованию квазичастиц – экситонов, которые представляют собой Бозе-частицы (бозоны), и они остаются стабильными вплоть до комнатной температуры, обычно при не слишком высоких концентрациях носителей заряда в образце. Появился ряд работ, посвящённых бозонному транспорту в ДПМ, в том числе установлению дальнего порядка и явлению сверхтекучести. Было описано и сверхпроводящее спаривание электронов посредством акустических фононов и формирование сверхпроводящего конденсата. Если же система облучается внешним электромагнитным полем с оптической частотой, в случае достаточно сильного взаимодействия материальных возбуждений и света возникают новые квазичастицы, например, экситон-поляритоны [7], которые обладают широким спектром использования в различных приложениях [8]. Как было показано, экситон-поляритоны в ДПМ приобретают новые свойства по сравнению с традиционными полупроводниками. Фундаментальные механизмы их поведения в ДПМ остаются неизученными. Таким образом, транспортные свойства электронов, экситонов и экситон-поляритонов в ДПМ и учёт возможных фазовых переходов в состояние сверхтекучести, сверхпроводимости или Бозе-конденсата, а также возникновение новых микроскопических механизмов сверхпроводимости, являются активным направлением современных исследований. Всё это определяет актуальность темы диссертации.

В трёхмерных системах бозоны претерпевают переход в состояние бозе-эйнштейновской конденсации при некоторой критической температуре. В состоянии конденсата в системе проявляются новые физические свойства, представляющие чрезвычайный фундаментальный интерес и расширяющие возможности применения бозе-конденсированных систем. В двумерных системах не может быть бозе-эйнштейновской конденсации в класси-

ческом (первоначальном) смысле этого слова [9]. Кроме того, и экситоны, и экситон-поляритоны имеют конечное время жизни, и потому они могут формировать квазиконденсат, для поддержания которого необходима постоянная электрическая или оптическая накачка системы [10]. Как будет показано ниже, бозонные конденсаты в двумерных системах на основе новых дираковских материалов демонстрируют неожиданные физические свойства. Обычно конденсация экситонов происходит при очень низкой температуре ввиду их большой эффективной массы. Однако всего год назад был впервые экспериментально получен конденсат экситонов в ДПМ [11] при значительно более высокой температуре, что является дополнительной мотивацией для дальнейшего теоретического и экспериментального исследования двумерных дираковских материалов.

Данная диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию эффектов взаимодействия двумерных гибридных бозе-фермиевских твердотельных систем со светом. Физические явления, изучаемые в этих системах, лежат на пересечении сразу нескольких активных направлений экспериментальных и теоретических исследований, таких как электрический транспорт и сверхпроводимость в графене и новых двумерных дираковских материалах, эффекты слабого и сильного взаимодействия света и вещества, фазовые переходы в низкоразмерных системах, такие как бозе-эйнштейновская квази-конденсация и сверхпроводимость, топологические эффекты в наноструктурах. Широкий спектр потенциальных применений результатов диссертации определяет её актуальность.

Целью диссертационной работы является построение теории фотоэлектрического транспорта двумерного электронного и экситонного газов в нормальном и сверхпроводящем (сверхтекучем) состоянии и описание их взаимодействия в гибридных бозе-фермиевских системах на основе новых двумерных дираковских полупроводниковых материалов и графена.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать микроскопическую теорию продольного транспорта в двумерных полупроводниках на основе диалкогенидов переходных металлов под действием сильного электромагнитного поля накачки, в частности, исследовать фотогальванический эффект. Разработать микроскопическую теорию поперечного транспорта в этих материалах, в частности, исследовать фотоиндуцированный долинный эффект Холла, основываясь на неравновесной диаграммной технике Келдыша, и проанализировать механизмы рассеяния электронов на примесях в неравновесных условиях.
2. Разработать теорию эффекта фотонного увлечения в двумерных экситонных системах под действием внешнего электромагнитного поля. Отдельно рассмотреть случай, когда экситоны находятся в состоянии бозе-эйнштейновского конденсата. Разработать микроскопическую теорию фотоиндуцированного квантового долинного эффекта Холла в системе двумерных непрямых экситонов. Установить зависимость экситонного тока от частоты внешнего электромагнитного поля. Определить фотоиндуцированный электрический ток, который мо-

- жет возникнуть в системе, содержащей конденсат Бозе–Эйнштейна экситонов, подвергнутых воздействию внешнего электромагнитного поля с частотой, превышающей потенциал ионизации экситона.
3. Разработать микроскопическую теорию парамагнитного резонанса в спин-поляризованном поляритонном или экситонном газе в микрорезонаторах с беспорядком. Найти псевдоспиновую восприимчивость системы с учётом продольно-поперечного расщепления. Исследовать зависимость ширины парамагнитного резонанса от интенсивности рассеяния экситонов и поляритонов на примесных центрах. Исследовать когерентные свойства экситон-поляритонных конденсатов. Для этого разработать микроскопическую теорию квантовых траекторий применительно к экситон-поляритонам в плоских микрорезонаторах. Исследовать влияние оптического конфайнмента на поведение функции временной когерентности второго порядка в режиме поляритонной квази-конденсации. Проанализировать соответствие теории экспериментальным данным.
 4. Разработать модель магнитоплазменного резонанса в гибридной системе, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов. Изучить роль кулоновского взаимодействия в такой системе. Исследовать спектр коэффициента поглощения системы. Построить теорию магнитоплазменного резонанса в двумерных материалах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние, где сверхпроводящие флуктуации могут быть описаны теорией Асламазова–Ларкина. Используя кинетические уравнения Больцмана, изучить кинетику флуктуаций с учётом взаимодействия между куперовскими парами и нормальными электронами в рамках приближения случайных фаз. Посчитать ток увлечения флуктуирующих куперовских пар.
 5. Построить теорию транспорта электронов, взаимодействующих с двумерным бозе-конденсированным газом дипольных экситонов посредством кулоновского взаимодействия. Используя подход Блоха–Грэнайзена, посчитать сопротивление системы (для случаев однобоголонного и двухбоголонного рассеяния). Определить доминирующий механизм рассеяния в таких гибридных системах. Изучить явление захвата электронов притягивающим кулоновским примесным центром, заключённым в гибридную систему. Рассчитать вероятность захвата электрона, сопровождаемого испусканием одного боголона и пары боголонов, выяснить, какие процессы дают более значительный вклад.
 6. Развить теорию сверхпроводящего спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели БКШ (режим слабой связи) и рассчитать критическую температуру сверхпроводящего перехода в графене и дихалькогенидах переходных металлов. Развить теорию спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели Элиашберга (режим сильной связи) в той же системе. Сравнить результаты, полученные в режимах слабой и сильной связи. Выяснить доминирующий механизм сверхпроводимости.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Взаимодействие электронов со светом в монослое дихалькогенидов переходных металлов в режиме сильной связи приводит к возникновению динамической щели в спектре носителей заряда и к пороговому поведению плотности фотогальванического электрического тока как функции частоты внешнего электромагнитного поля ввиду перенормировки плотности состояний и скорости квазичастиц.
2. Вклад, обусловленный фазой Берри, в баллистических двумерных электронных системах при межзонной фотогенерации носителей заряда является доминирующим в образовании холловской компоненты долинного электрического тока. В образцах с беспорядком главный вклад в долинную холловскую фотопроводимость определяется асимметричным примесным рассеянием носителей заряда. При этом вклады сдвигового примесного рассеяния и аномальной скорости (фаза Берри) взаимно компенсируются.
3. В нецентросимметричных двумерных материалах в присутствии квази-конденсата Бозе–Эйнштейна непрямых экситонов, холловский ток (поток) экситонов демонстрирует ступенчатое поведение как функция частоты внешнего электромагнитного поля.
4. Ток увлечения экситонов в присутствии конденсированной фазы также демонстрирует ступенчатое поведение. Разработанная теория применима к бозонам, которые обладают внутренними степенями свободы.
5. В гибридных твердотельных системах электронный газ – экситонный конденсат возникает новый механизм сверхпроводимости, основанный на куперовском спаривании электронов за счёт обмена парами боголюбовских возбуждений (боголонов) конденсата; это справедливо как для гибридных систем с электронным газом в полупроводнике, так и в графене. Зависимость сверхпроводящей щели от температуры является немонотонной, в отличие от фононной сверхпроводимости в рамках модели БКШ.
6. В двумерных системах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние возникает новый механизм затухания плазменного и магнитоплазменного резонансов вследствие взаимодействия плазменных мод с флуктуационными куперовскими парами. Ширина резонанса может увеличиваться при приближении температуры к температуре сверхпроводящего перехода.

Научная новизна работы:

1. Разработана микроскопическая квантовая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах.
2. Построена теория эффекта фотонного увлечения непрямых экситонов как в нормальной фазе, так и в состоянии бозе-эйнштейновского квазиконденсата.
3. Развита теория квантового аномального эффекта Холла в бозонных системах, в том числе в режиме бозе-эйнштейновской конденсации.

4. Построена основанная на методе квантовых скачков микроскопическая теория, описывающая функцию временной когерентности второго порядка в экситон-поляритонных системах.
5. Предложен и теоретически обоснован механизм сверхпроводимости вследствие двухбоголонного спаривания электронов в гибридных твердотельных бозе-фермиевских системах электронный газ – газ не прямых экситонов. Теория разработана для режимов слабой (режим БКШ) и сильной (подход Элиашберга) связи.
6. Разработана теория плазменного и магнитоплазменного резонансов в флуктуирующих сверхпроводниках и гибридных системах нормальный электронный газ – бозе-эйнштейновский конденсат.

Практическая значимость работы. Совокупность полученных в рамках диссертационной работы научных результатов и выводов можно квалифицировать как научное достижение в области физики конденсированного состояния, связанное с кинетическими явлениями и эффектами в двумерных электронных, экситонных и гибридных бозе-фермиевских системах, а также с оптическими эффектами в наноструктурах. Полученные результаты имеют фундаментальное и прикладное значение и представляют существенный вклад в физику конденсированного состояния, поскольку:

1. Разработанная микроскопическая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах позволяет объяснить принцип работы оптического транзистора, недавно полученного в результате эксперимента [12].
2. Разработанные теории фотоиндуцированного квантового долинного эффекта Холла и эффекта фотонного увлечения в экситонных системах в присутствии бозе-эйнштейновского конденсата позволяют моделировать новые логические устройства, поскольку, как было показано, отклик системы квантуется. Развита теория фотоиндуцированного электрического тока позволяет идентифицировать наличие конденсатной фазы в системе, измеряя электрический ток, когда образец освещается светом с частотой, превышающей потенциал ионизации экситона.
3. Разработана микроскопическая теория квантовых траекторий применительно к экситон-поляритонам в плоских микрорезонаторах. Эта теория позволяет исследовать свойства излучения когерентных источников света и обнаруживать переход от термической к когерентной статистике.
4. Построена теория магнитоплазменного резонанса в гибридной системе, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов. Развита теория плазменного и магнитоплазменного резонансов в двумерных материалах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние, где сверхпроводящие флуктуации играют роль. Полученные результаты открывают возможности экспериментального изучения сверхпроводящих свойств низкоразмерных материалов с помощью методов плазменной и магнитоплазменной

спектроскопии посредством анализа поведения ширины соответствующего резонанса при приближении температуры к критической температуре сверхпроводящего перехода в системе.

5. Предложен и теоретически обоснован механизм спаривания электронов с участием боголюбовских квазичастиц для электронов с квадратичной (мономолекулярные слои дихалькогенидов переходных металлов) и релятивистской (графен) дисперсией. В последнем случае возможен переход мономолекулярного слоя графена в сверхпроводящее состояние с относительно высокой критической температурой.

Достоверность результатов обосновывается использованием адекватных теоретических моделей и математических методов теоретической физики, уже опробованных на других физических системах. Полученные результаты находятся в согласии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Научные результаты, изложенные в диссертационной работе, представлялись на многочисленных международных и российских научных конференциях в период 2014-2021 гг., в том числе:

1. Международной конференции “Физика взаимодействия света и вещества в наноструктурах” (“Physics of light-matter coupling in nanostructures”) – Москва, Россия, 2019.
2. Сопещании по физике полупроводников – Санкт-Петербург, Россия, 2019.
3. Международном конгрессе “Вейловские фермионы в физике конденсированных сред” (“Weyl Fermions in Condensed-Matter”) – Натал, Бразилия, 2019.
4. Международной конференции Метанано 2018 (“Metanano 2018”) – Сочи, Россия, 2018.
5. Международной конференции Тераметанано-3 (“Terametanano-3”) – Ушмаль, Мексика, 2018.
6. Международной конференции “Физика взаимодействия света и вещества в наноструктурах” (“Physics of light-matter coupling in nanostructures”) – Вюрцбург, Германия, 2017.

Результаты исследований также обсуждались на семинарах Центра теоретической физики комплексных систем (Тэджон, Южная Корея), отделения теоретической физики ФИАН им. П.Н. Лебедева (Москва), Института точной механики и оптики (Санкт-Петербург), НГТУ (Новосибирск), ИФП СО РАН (Новосибирск).

Личный вклад автора. Диссертационная работа является многолетним итогом работы автора (с 2014 г.) в Институте физики полупроводников им. А. В. Ржанова (ИФП, Новосибирск, Россия) и в Институте фундаментальных наук (IBS, Тэджон, Южная Корея). По теме диссертации опубликованы 24 научные статьи в ведущих российских и международных журналах самого высокого уровня. Общая постановка задач исследований, выбор математических моделей и подходов, использованных в работах автора, обобщение результатов, формулировка защищаемых положений и выводов диссертации принадлежат

лично автору. Автор лично проводил вычисления, при непосредственном участии автора проводилась подготовка докладов и публикаций. Исследования и подготовка статей производились совместно с соавторами; при этом вклад диссертанта был определяющим.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, приводятся основные положения, выносимые на защиту, а также научная новизна и практическая значимость работы и личный вклад автора.

В **первой главе** приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, поднимаются такие темы как эффект фотонного увлечения в двумерных (2D) электронных системах и продольный и поперечный транспорт экситонов в гетероструктурах и дираковских материалах. Вводятся такие понятия как экситон-поляритоны (ЭП) в полупроводниковых микрорезонаторах, гибридные бозе-фермиевских системы, а также описывается сверхпроводимость в бозе-фермиевских системах в режимах слабой и сильной связи и взаимодействие сверхпроводников с внешними электромагнитными (ЭМ) полями.

Вторая глава посвящена исследованию фотоиндуцированного долинного транспорта электронов в 2D материалах, таких как дихалькогениды переходных металлов (ДПМ).

В **разделе 2.1** обсуждается фотогальванический эффект в монослое ДПМ под воздействием двух ЭМ полей [рис. 1(a)]. Для возникновения эффекта, в гамильтониане учитывались поправки к дисперсии электронов, возникающие за счёт тригональной гофрировки долин в соответствующих зонах [рис. 1(b)]. Первое ЭМ поле $\mathbf{A}(t)$ циркулярно поляризовано (с поляризацией $\sigma = \pm 1$), оно играет роль накачки (одной из долин $\eta = \pm 1$) и вводится непертурбативным образом. Квадрат межзонного матричного элемента $|\Omega_R|^2 \sim |1 + \eta\sigma|^2 I$, где I – интенсивность ЭМ поля, отражает долинную селективность [рис. 1(c)]. Как видно из рисунка, поле накачки не только приводит к заселению долины, но и открывает динамическую щель $2|\Omega_R|$ в квазичастичной дисперсии. Второе поле, $\mathcal{A}(t)$, – слабое и линейно поляризованное (его также часто называют “пробным”), поэтому в расчётах использовалась теория отклика второго порядка. Это поле приводит к внутрizonным переходам, в результате чего возникает фотогальванический ток.

Оператор плотности тока находится из соотношения $j^\alpha = i \text{Sp} [\hat{j}^\alpha G^<(t, t)]$, где $G^<(t, t')$ – келдышевская функция Грина (также в дальнейшем будут использоваться запаздывающая и опережающая функции Грина, $G^R(t, t')$ и $G^A(t, t')$ [13]. На рис. 1(d) показана диаграмма Фейнмана, которая описывает плотность тока, $j^\alpha(t) = \int_{\mathcal{C}} dt' \int_{\mathcal{C}} dt'' \chi_{\alpha\beta\gamma}(t, t', t'') \mathcal{A}^\beta(t') \mathcal{A}^\gamma(t'')$, где \mathcal{C} – келдышевский контур, а $\chi_{\alpha\beta\gamma}$ – фотогальванический тензор. Анализ показывает, что $\chi_{yxy}(\omega) = \chi_{yyx}(\omega) = \chi_{xyy}(\omega) = -\chi_{xxx}(\omega) \neq 0$, что позволяет находить все компоненты тензора, вычисляя только одну из них, например,

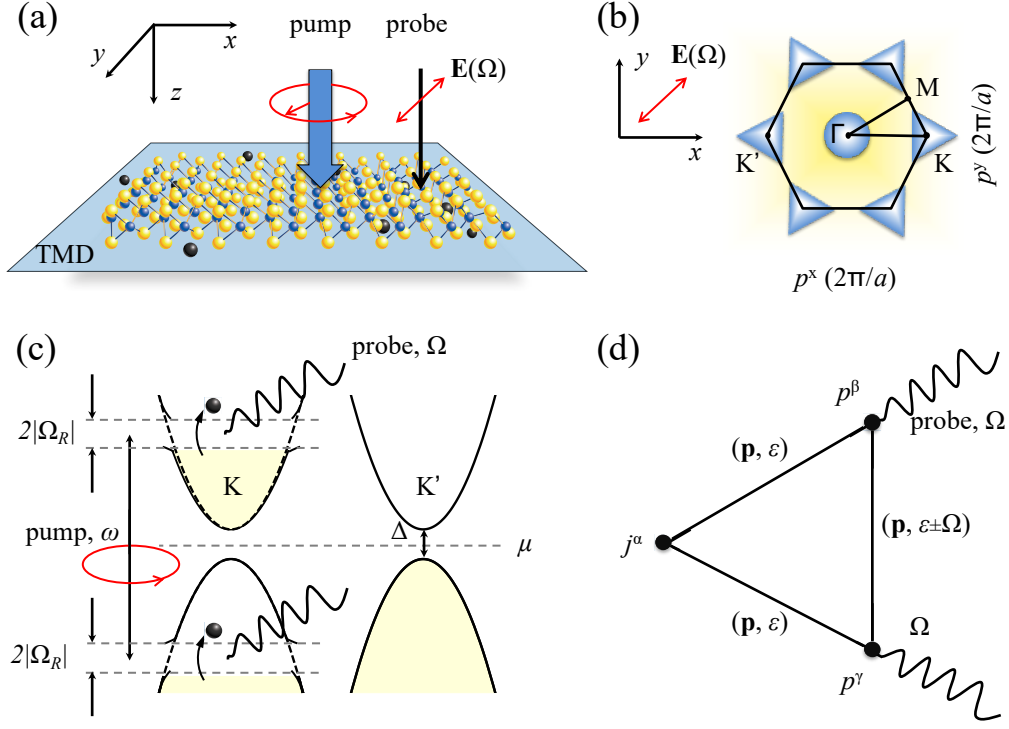


Рис. 1 — (a) Схематическое изображение системы: монослой ДПМ подвергается воздействию ЭМ поля накачки и слабому “пробному” полю. (b) Первая зона Бриллюэна решётки. (c) К и K' долины под действием циркулярно-поляризованного поля накачки с частотой ω ; $2|\Omega_R|$ — это внутризонные щели. (d) Диаграмма Фейнмана, показывающая метод расчёта составляющих j^α тока ФГЭ.

$\chi_{xxx}(\omega)$,

$$\chi_{xxx}(\zeta) = \chi_0 \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\zeta^2} \theta[\zeta^2 - 1], \quad \zeta = \frac{\hbar\Omega}{2|\Omega_R|}, \quad \chi_0 = 3\eta \left(\frac{C_c + C_v}{2} \right) \frac{em_e^2 |\Omega_R| \tau}{2\hbar^6} \left(\frac{ep_0}{2m_e c} \right)^2, \quad (1)$$

где τ — феноменологическое время внутризонной релаксации электронов, $p_0 = \sqrt{m_e(\omega - \Delta^g)}$, Δ^g — ширина запрещённой зоны. Видно, что ток пропорционален параметру $\eta|\Omega_R| \propto \eta|1 + \eta\sigma|$, который определяет чувствительность тока к квантовому номеру долины, поляризации ЭМ поля накачки и множителю $|\Omega_R|\tau \gg 1$. Ток можно оценить так: $j_0 \sim 2.5 \times 10^{-6}$ А/см. На рис. 2 показан спектр $\chi_{xxx}(\zeta)$. Качественное объяснение такой зависимости заключается в перенормировке плотности состояний вблизи динамически-индуцированной щели.

В разделе 2.2 развита теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в баллистических образцах на основе ДПМ. Исследуется долинный холловский транспорт “одетых” фотонами квазичастиц (ОФК) под действием циркулярно-поляризованного света $\mathbf{A}(t)$ с частотой ω (см. рис. 3). Система может быть описана гамильтонианом $\mathcal{H} = \frac{\Delta^g}{2} \hat{\sigma}_z + \hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\mathbf{p}} - \frac{1}{2} \lambda_{so} s \eta (\hat{\sigma}_z - 1) + (e/c) \hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{A}(t)$, где $\hat{\mathbf{p}}$ и $\hat{\mathbf{v}} = (\hat{v}_x, \hat{v}_y) = v_0(\eta \hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y)$ — импульс и одночастичный оператор скорости, соответственно, $s = \pm 1$ — спин электрона. Матрицы Паули $\hat{\sigma}_{x,y,z}$ описывают псевдоспиновую степень свободы. Также учтено и спин-орбитальное взаимодействие λ_{so} .

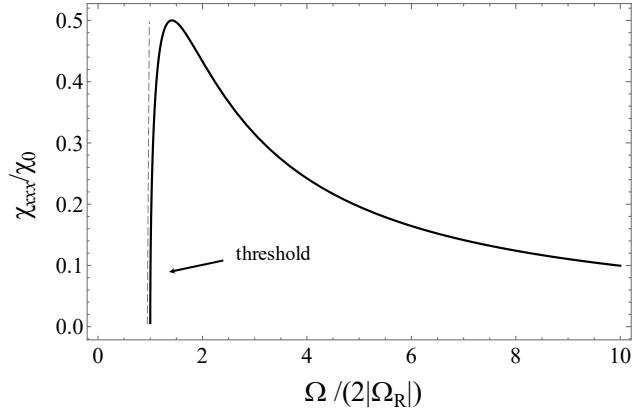


Рис. 2 — Нормированный спектр фотогальванического тензора в окрестности порога. Использовались типичные для MoS₂ параметры: $\Delta^g = 1.66$ эВ, $m_e = 0.5 m_0$, $C_c = -3.4$ эВÅ³, $C_v = 6$ эВÅ³, $E_0 = 10$ В/см, $\Omega \approx 2|\Omega_R|$, $\Omega_R\tau/\hbar = 10$, $\tau \sim 10^{-11}$ с, и $\omega = 1.7$ эВ.

Далее вводится квазиэнергетический спектр, полученный преобразованием полного гамильтониана \mathcal{H} во вращающуюся систему отсчёта, пренебрегая всеми членами, осциллирующими на частотах 2ω в приближении вращающихся волн, $\varepsilon_{1,2}(\mathbf{p}) = \pm \sqrt{(|E_{s\eta}(p)| - \frac{\hbar\omega}{2})^2 + |\Omega_R^\eta(\mathbf{p})|^2}$, где $E_{s\eta}(p)$ — энергия частицы. Очевидно, накачка вызывает межзонные переходы с зависящей от импульса и долины частотой Раби, $\Omega_R^\eta(\mathbf{p})/\hbar$. Квазиэнергетический спектр характеризуется открытием динамических щелей $\Omega_R^\eta(\mathbf{p})$ в случае резонанса $|E_{s\eta}(p)| = \hbar\omega/2$. В непосредственной близости от центров долин, где $v_0p \ll \Delta^g$, находим $|\Omega_R^\eta(\mathbf{p})| \simeq (ev_0/c) - \eta A_x + iA_y$. При этом Ω_R^η можно считать не зависящей от p , поскольку это плавно меняющаяся функция.

Холловский ток представляет собой линейный отклик системы на слабое поле $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}e^{-i\Omega t}$. Результирующая плотность тока определяется выражением [14] $j_\alpha(t) = -ie \text{Tr}[\hat{v}_\alpha G^<(t,t)]$, где $\alpha = x, y$. Получаем $j_\alpha(t) = \int_C dt' Q_{\alpha\beta}(t,t') \mathcal{A}_\beta(t')$, где $Q_{\alpha\beta}(t,t') = -i \frac{e^2}{c} \text{Tr}[\hat{v}_\alpha G(t,t') \hat{v}_\beta G(t',t)]_C$ — обобщённая проводимость. Статическая (относительно поля

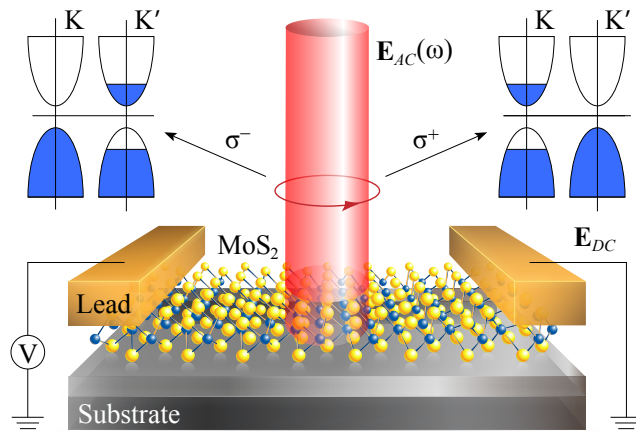


Рис. 3 — Схематическое изображение системы: 2D полупроводник (монослой MoS₂) под действием внешнего ЭМ поля и поля смещения.

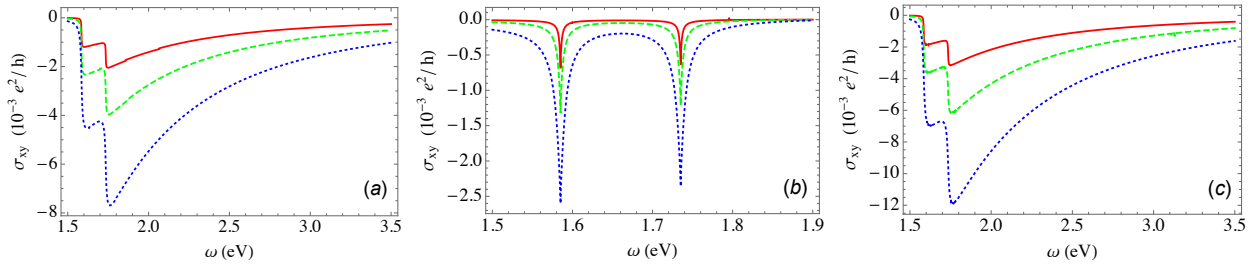


Рис. 4 — Холловская фотопроводимость в (а) режиме I, (b) режиме II и (c) режиме III. Красная сплошная, зелёная пунктирная и синяя точечная кривые соответствуют $\Omega_R^\eta(0) = 0.5, 1$ и 2 мэВ, соответственно.

E_y) долинная холловская фотопроводимость может быть найдена из выражения:

$$\sigma_H(\omega) = \sigma_{xy}(\omega) = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{Q_{xy}(\Omega, \omega) - Q_{xy}(-\Omega, \omega)}{2i\Omega}. \quad (2)$$

Усреднённый по времени холловский ток выражается через проводимость σ_{xy} как $j_x = \sigma_{xy} E_y$, где $E_y(t) = -\frac{1}{c} \partial_t \mathcal{A}_y(t)$.

Рассмотрим частоты в диапазоне $|\hbar\omega - \Delta^g| \gg \Omega_R^\eta$. Если $\Delta^g - \hbar\omega \gg \Omega_R^\eta$, происходят только виртуальные переходы между зоной проводимости и валентной зоной, что приводит к перенормировке энергий – имеет место эффект Штарка ОФК, описываемый квазиэнергиями $\varepsilon_{1,2}(p)$. Этот сценарий соответствует режиму I. В противоположном случае ($\omega > \Delta^g/\hbar$) происходят межзонные переходы и могут установиться три режима (без учёта спин-орбитальных эффектов),

$$\sigma_{xy}^{(I)}(\omega) = -\frac{\eta e^2}{\pi \hbar} \frac{\Delta^g \Omega_R^\eta}{(\hbar\omega)^2}, \quad \sigma_{xy}^{(II)}(\omega) = \frac{\eta e^2}{2\pi \hbar} \left[\frac{\Delta^g}{\hbar\omega} - \frac{[\Omega_R^\eta]^2}{\Delta^g(\hbar\omega - \Delta^g)} - 1 \right], \quad \sigma_{xy}^{(III)}(\omega) = -\frac{\eta e^2}{2\pi \hbar} \frac{\pi \Delta^g \Omega_R^\eta}{(\hbar\omega)^2}.$$

Важной особенностью является то, что в режиме II проявляется совершенно иное поведение системы: наблюдается резкое возрастание холловской проводимости. Действительно, соотношение $\sigma^{(II)}/\sigma^{(I)}$ может стать порядка 10^5 . Кроме того, проводимость выходит на насыщение на больших частотах до значения, не зависящего от приложенного ЭМ поля, что является прямым следствием инверсии электронной заселённости в режиме II.

Спин-орбитальное взаимодействие приводит к появлению второго порога проводимости в режимах I и III [рис. 4(a) и (c)] и двух резких пиков в режиме II [рис. 4(b)], когда частота поля достигает значений ширины запрещённой зоны $\Delta^g \pm \lambda_{so}$. Важно отметить, что с учётом процессов спин-орбитального взаимодействия открывается возможность исследования спин-поляризованной холловской проводимости.

В разделе 2.3 развита микроскопическая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла (ДЭХ) в образцах с беспорядком (с учётом процессов рассеяния электронов на примесях). Холловский ток здесь снова ищется как линейный отклик к внешнему тянущему полю $\mathcal{A}(t)$. Чтобы воспользоваться ур. (2), рассматривается функция Грина электронов в зоне проводимости с учётом межзонной накачки. Стационарное неравновесное распределение электронов характеризуется балансом их генерации и рекомби-

нации и описывается функцией $f_0(\varepsilon)$. Запаздывающая и опережающая функции Грина равны $G^{R,A} = (\varepsilon - \varepsilon_c \pm i/2\tau_i \pm i/2\tau_r)^{-1}$, где τ_i – внутризонное время рассеяния импульса электрона на примесях, а τ_r – межзонное время рекомбинации или, другими словами, время жизни электрона в зоне проводимости. Неравновесная функция распределения может быть прямо получена из уравнения баланса, выражающего равенство между процессами генерации и рекомбинации в форме $f_0(\varepsilon)/\tau_r = g(\varepsilon)$, где вероятность генерации $g(\varepsilon) = 2\pi|M_{cv}(\mathbf{p} = 0)|^2\delta(\varepsilon - \omega - \varepsilon_v)$. Здесь межзонный матричный элемент $|M_{cv}(0)|^2 = |e\mathbf{v}_{cv} \cdot \mathbf{A}|^2 = e^2v_0^2A^2(\eta + \sigma)^2$ взят вблизи дна зоны проводимости ($p \approx 0$). Такой режим наиболее интересен, т.к. электроны попадают в зону проводимости за счёт оптического поглощения или рассеяния на примесях, так что можно не учитывать другие источники неравновесных электронов в системе (такие как тепловая ионизация мелких примесей, например). Тогда (вертикальные) оптические переходы происходят с очень маленькими конечными импульсами электрона p . Множитель $(\eta + \sigma)^2$ отражает долино-селективные межзонные оптические правила отбора для ЭМ поля накачки с циркулярной поляризацией. В итоге находим функцию распределения $f_0(\varepsilon) = 2\pi\tau_r|M_{cv}(0)|^2\delta(\varepsilon - \omega - \varepsilon_v)$.

Такое же выражение может быть найдено с помощью техники диаграмм Фейнмана. Действительно, “голый” массовый оператор фотовозбуждённых электронов в зоне проводимости равен $\Sigma_c^<(\varepsilon) = |M_{cv}(0)|^2G_v(\varepsilon - \omega)$, как видно из рис. 5(a). Лестничная перенормировка этого выражения [рис. 5(b)] даёт функцию Грина $G_c^<(\varepsilon) = 2\pi i f_0(\varepsilon)\delta(\varepsilon - \varepsilon_c)$, где функция распределения $f_0(\varepsilon)$ имеет ту же форму, что и решение уравнения баланса. Теперь, определив функции Грина, описывающие стационарное неравновесное состояние, можно анализировать все вклады в фотоиндуцированный ДЭХ.

Первый вклад в холловский ток связан с фазой Берри электронов в соответствующей долине. Он заключается в нескольких диаграммах типа изображённой на рис. 5(c). Их анализ даёт $\sigma_H^{(1)} = 2\eta(e^2/\hbar)(\hbar v_0/\Delta^g)^2 n_e$, где $n_e = \sum_{\mathbf{p}} f_0[\varepsilon_c(\mathbf{p})]$ – плотность фотовозбуждённых электронов в зоне проводимости данной долины. Этот вклад имеет такую же структуру, как и в равновесном случае, с тем ключевым отличием, что n_e теперь представляет собой плотность фотовозбуждённых электронов вместо плотности электронов в тепловом равновесии, $n_e = (m_e\tau_r/2\hbar^3)|M_{cv}(0)|^2\Theta[\omega - \Delta^g]$, где $\Theta[\omega]$ – функция Хевисайда.

Диаграммы, представляющие вклад сдвигового рассеяния (второй вклад), содержат межзонный матричный элемент электрон-примесного взаимодействия, как показано на рис. 5(d). Чтобы посчитать этот вклад вводится потенциал примесей, описанный в работе [15]. Вычисляя диаграммы, при этом учитывая перенормировку массового оператора [см. рис. 5(b)], находим $\sigma_H^{(SJ)} = -4\eta(e^2/\hbar)(\hbar v_0/\Delta^g)^2 n_e/(2\tau_i\gamma)$, где $\gamma = (\tau_i + \tau_r)/2\tau_i\tau_r$ включает время рекомбинации τ_r , что отражает неравновесную природу эффекта. Как и ранее, вклад процессов сдвигового рассеяния определяется плотностью фотовозбуждённых электронов, n_e .

Третий вклад связан с асимметричным рассеянием электронов на примесях. Он должен быть описан вне стандартного борновского приближения для вероятности электронно-примесного рассеяния. Когерентное асимметричное рассеяние происходит на па-

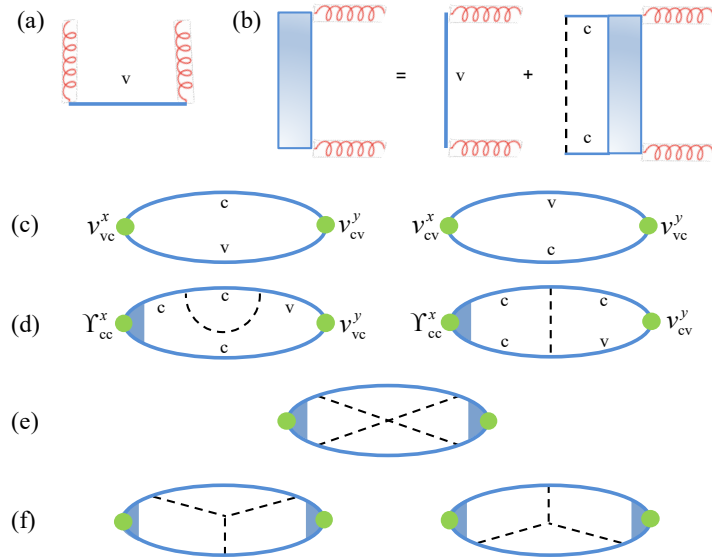


Рис. 5 — Диаграммы Фейнмана фотоиндуцированного ДЭХ. (a) “голый” массовый оператор фотоиндуцированных электронов в зоне проводимости. (b) Диаграммное уравнение для перенормированного массового оператора. (c) Внутренний вклад. (d) Примеры диаграмм сдвигового рассеяния. (e) Вклад X-диаграммы (когерентное поперечное рассеяние). (f) Диаграммы анизотропного поперечного рассеяния. Красными спиралями обозначен внешний свет круговой поляризации $\mathbf{A}(t)$; v^x и v^y — скоростные вершины; c и v обозначают функции Грина электронов в зоне проводимости в валентной зоне соответственно, а пунктирные линии показывают рассеяние на примесях.

рах близко расположенных примесей и может быть проиллюстрировано диаграммой с пересечёнными линиями примесей [рис. 5(e)]. В рамках стандартной теории Друде диаграммы, содержащие пересекающиеся линии примесей, параметрически малы и обычно не играют роли (кроме теории слабой локализации, где диаграммы с максимальным числом пересечений ответственны за эффект). Тем не менее, так называемые диаграммы X- и Ψ -типа играют существенную роль в АЭХ [16, 17]. Для дельта-коррелированного беспорядка вклад от Ψ диаграммы исчезает, оставляя только X-диаграмму для расчёта: $\sigma_{\text{H}}^{(\text{X})} = 2\eta(e^2/\hbar) (\hbar v_0/\Delta^g)^2 n_e/(2\tau_i\gamma)^2$. Суммируя все вышеперечисленные вклады, находим

$$\sigma_{\text{H}}^{(\text{I})} + \sigma_{\text{H}}^{(\text{SJ})} + \sigma_{\text{H}}^{(\text{X})} = 2\eta \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{\hbar v_0}{\Delta^g} \right)^2 n_e \left(1 - \frac{\tau_r}{\tau_r + \tau_i} \right)^2. \quad (3)$$

Следует отметить, что в пределе $\tau_r \rightarrow \infty$ и предполагая, что n_e является равновесной плотностью электронов, можно воспроизвести известный результат равновесного ДЭХ, где все три вклада взаимно сокращаются [18]. Типичные величины времен составляют $\tau_r \sim \text{мкс}$ и $\tau_i \sim \text{пс}$, т.е., $\tau_r \gg \tau_i$, что позволяет сделать вывод: суммарный вклад этих трёх членов в фотоиндуцированный ДЭХ пренебрежимо мал.

Последний фундаментальный механизм связан с асимметричным рассеянием электронов на примесях. Оно также должно быть рассмотрено вне борновского приближения [18] и требует конечной поправки в третьем порядке по потенциалу примеси. При этом

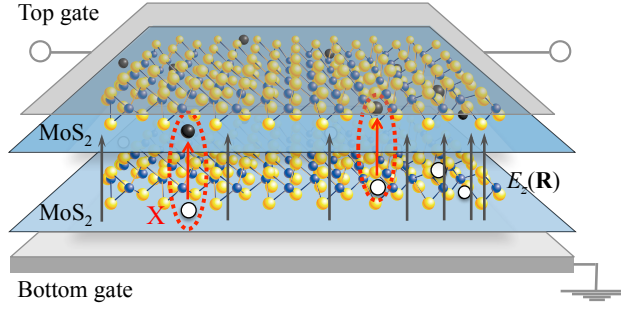


Рис. 6 — Схематическое изображение системы: двумерный экситонный газ, локализованный в двух слоях MoS₂, подвергается воздействию электростатического поля $E_z(\mathbf{R})$. Поле неоднородно в плоскости, что показано чёрными стрелками.

У-диаграммы Фейнмана, как на рис. 5(f), точно соответствуют результатам, полученным с помощью уравнения Больцмана с учётом асимметрического вклада в интеграл столкновений [19], $\sigma_H^{(Y)} = -\eta(e^2/\hbar^2)(u_0 n_e/\Delta^g)\langle\varepsilon\rangle\tau_i/(2\gamma\tau_i)^2$, где $\langle\varepsilon\rangle = n_e^{-1}\sum_{\mathbf{p}}(\varepsilon_p - \Delta^g/2)f_0[\varepsilon_c(\mathbf{p})] = (\hbar\omega - \Delta^g)/2$ — средняя энергия фотовозбуждённых электронов в зоне проводимости. Интересно отметить, что развитая теория предлагает объяснение принципа работы оптического транзистора, основанного на ДЭХ и описанного в экспериментальной работе [12].

В разделе 2.4 приведены краткие выводы к главе 2. Вторая глава написана на основе работ соискателя [A1, A2, A3].

Третья глава посвящена фотоиндуцированному транспорту 2D непрямых экситонов в нормальном и бозе-конденсированном режимах.

В разделе 3.1 построена теория квантового аномального (долинного) эффекта Холла (КДЭХ) в экситонных системах. Рассматриваемая система показана на рис. 6. Она представляет собой два монослоя на расстоянии d друг от друга. Электроны и дырки в этих слоях образуют непрямые (дипольные) экситоны. Наличие фазы Берри приводит к аномальному вкладу в скорость центра масс экситона [20], пропорциональному $-\nabla_{\mathbf{R}}U \times \mathbf{\Omega}_{ex}$, где $\mathbf{\Omega}_{ex}$ — кривизна Берри экситона. Этот вклад отвечает за экситонный КДЭХ. Уравнению (квазиклассического) движения экситона имеет вид $\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{P}/M - \frac{1}{8}[\mathbf{F}_0 \times \mathbf{\Omega}_{ex}]$, где M — масса экситона, \mathbf{F}_0 — статическая сила в плоскости, действующая на центр масс экситона. Соответствующий экситонный ток по определению имеет вид $\mathbf{j} = \sum_{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{R}} f(\mathbf{P}, \mathbf{R}, t)$, где f — функция распределения экситонов. В случае конденсации экситоны занимают состояние с наименьшей энергией и нулевым импульсом, $f_0(\mathbf{P}) = n_c \delta_{\mathbf{P},0}$, где n_c — плотность конденсата.

Под действием внешнего ЭМ поля распределение экситонов приобретает неравновесную поправку, $f(\mathbf{P}, \mathbf{R}, t) = f_0(\mathbf{P}) + \delta f(\mathbf{P}, \mathbf{R}, t)$, описывающую заселение надконденсатных экситонных состояний $|n, \mathbf{P}\rangle$, где n — квантовое число. Гамильтониан, описывающий взаимодействие экситона с внешним однородным ЭМ полем \mathbf{E} , взят в дипольном приближении, $W(\mathbf{r}) = -e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}$, где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_h - \mathbf{r}_e$ — относительная координата электрон-дырочной пары в плоскости. Согласно модели Боголюбова слабо взаимодействующего бозе-газа, низкоэнергетические свойства бозе-конденсата можно охарактеризовать возбуждениями, имеющими дисперсию $\omega_{\mathbf{k}} = sk\sqrt{1 + (k\xi_h)^2}$, где $s = \sqrt{gn_c/M}$ — фазовая (звуковая) скорость, $\xi_h = 1/2Ms$ — длина залечивания, а g — константа экситон-экситонного взаимодействия.

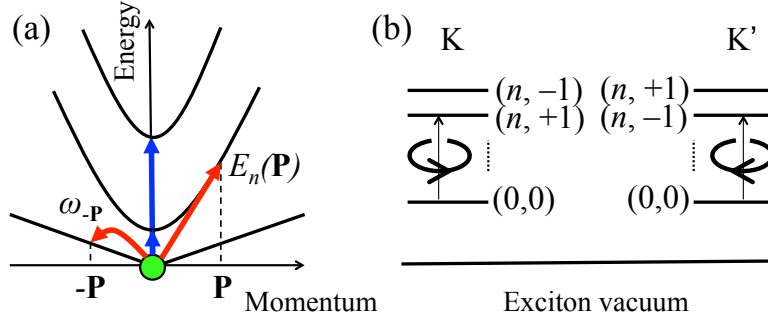


Рис. 7 — (а) Два основных типа фотоиндуцированных переходов в системе: прямые переходы из БЭК в возбуждённые состояния (синие стрелки) и непрямые переходы, сопровождающиеся излучением квазичастиц Боголюбова с частотами $\omega_{-\mathbf{P}}$ (красные стрелки). (б) Фотоиндуцированные внутриэкситонные переходы в системе под воздействием циркулярно-поляризованного света.

Существуют два типа процессов, схематически представленных на рис. 7(а): (1) прямые переходы экситона из конденсата в надконденсатное состояние с возбуждением внутренней степени свободы отдельного экситона и (2) возбуждение экситона посредством поглощения фотона с испусканием (поглощением) боголюбовской квазичастицы. В отличие от процессов первого типа, в (2) экситон переходит в надконденсатное состояние с ненулевым импульсом $\mathbf{P} \neq 0$. Такие непрямые переходы могут происходить только в том случае, если импульс \mathbf{P} уносится некоторой третьей частицей.

Соответствующие холловские токи имеют вид:

$$\mathbf{j}^{(1)} = [\boldsymbol{\Omega}_{ex} \times \mathbf{F}_0] \left(\frac{n_c \tau^2}{4\hbar^2} \right) \sum_{n \neq 0} \frac{|W_{n,0}|^2}{1 + (\hbar\omega - \epsilon_n)^2 \tau^2 / \hbar^2}, \quad (4)$$

$$\mathbf{j}^{(2)} = [\boldsymbol{\Omega}_{ex} \times \mathbf{F}_0] \left(\frac{M\tau}{16\pi\hbar^3} \right) \sum_{n \neq 0} |W_{n,0}|^2 \left(\frac{\pi}{2} + \arctan \left[\frac{(\hbar\omega - \epsilon_n)\tau}{\hbar} \right] \right), \quad (5)$$

где $W_{n,0} = \int d\mathbf{r} \psi_n^\dagger(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}) \psi_0(\mathbf{r})$ – интеграл перекрытия состояний ψ_i , а τ – время рассеяния экситонов на короткодействующих примесях [21]. Формула (5) получена в длинноволновом пределе ($\omega_{\mathbf{P}} \approx sP \gg P^2/2M$). Член $\mathbf{j}^{(1)}$ имеет резонансную структуру и пропорционален плотности конденсата. Очевидно, оба вклада в ток (4), (5) обращаются в нуль, если не учитывать фазу Берри. Обратим внимание, что функция арктангенс в (5) определяет частотную зависимость электрического тока. Отклик системы (5) является уникальной характеристикой бозонных систем, что делает экситонный КДЭХ концептуально отличным от обычного фермионного ДЭХ: конденсация является необходимым условием квантования тока в отсутствие внешнего МП. Интересно сравнить полученные частотные зависимости с результатами предыдущих работ по эффекту Холла бозонов в 2D системах. Например, в статьях [22, 23] авторы описывают пикообразное (а не ступенчатое) поведение холловской проводимости. В работе [24] требуется МП для наблюдения целочисленного эффекта Холла.

В разделе 3.2 начинается рассмотрение продольного транспорта непрямых экситонов. Описан эффект фотонного увлечения экситонов в нормальной фазе. Электроны и дырки связаны кулоновским взаимодействием $U_C(\mathbf{r})$, которое обладает аксиальной симметрией для относительной координаты электрона и дырки, а значит, состояния экситона могут классифицироваться по определённому значению проекции углового момента относительного движения электрона и дырки в экситоне на нормаль к плоскости структуры.

Спектр внутреннего движения экситона квантован и характеризуется главным квантовым числом радиального движения n , орбитальным квантовым числом m , энергией ε_{nm} и собственными функциями $|n, m\rangle$. Матричные элементы переходов отличны от нуля лишь для состояний, в которых орбитальные квантовые числа отличаются на ± 1 . В частности, для дипольных экситонов в основном состоянии внутреннего движения $|0, 0\rangle$ переход возможен лишь в состояния $|n, \pm 1\rangle$ с энергией перехода $\Delta^g = \varepsilon_{n, \pm 1} - \varepsilon_{0,0}$. Для определённости в дальнейшем будем рассматривать переход в состояние с $n = 0$. Таким образом, полная энергия экситона в основном $\varepsilon_1(\mathbf{p})$ и возбуждённом $\varepsilon_2(\mathbf{p})$ состояниях имеет вид: $\varepsilon_1(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{p}}$, $\varepsilon_2(\mathbf{p}) = \Delta^g + \varepsilon_{\mathbf{p}}$, где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2M$ – кинетическая энергия центра масс.

ЭФУ экситонов заключается в появлении стационарной плотности экситонного тока, определяемого усреднением по времени выражения $\mathbf{j} = \lim_{x' \rightarrow x} (\nabla_{\mathbf{R}} - \nabla_{\mathbf{R}'}) \text{Sp } G^<(x, x') / (2M)$. Расчёты показывают:

$$\mathbf{j} = \frac{2\mathbf{k}\tau^2(N_1 - N_2)}{M\hbar} \frac{(\Delta^g)^2}{\omega^2} |e\mathbf{r}^{12} \cdot \mathbf{E}_0|^2 \left(\frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \Delta^g)^2} - \frac{1}{1 + \tau^2(\omega + \Delta^g)^2} \right), \quad (6)$$

где N_i – число частиц на i -м уровне. Из ур. (6) видно, что при наличии инверсной заселённости состояний $N_1 < N_2$ ток экситонов направлен по $-\mathbf{k}$ в результате эффекта отдачи при спонтанном излучении фотона инверсно-заселёнными экситонами. Очевидно, ток ведёт себя резонансно.

В разделе 3.3 продолжается рассмотрение продольного транспорта непрямых экситонов, но здесь исследуется эффект фотонного увлечения экситонов в состоянии бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК). Теоретическое описание БЭК основано на теории Боголюбова слабо взаимодействующего бозе-газа [25]. Для описания динамики БЭК воспользуемся уравнением Гросса–Питаевского (ГП), в рамках которого низкоэнергетические возбуждения БЭК представляют собой беголоны. Бозонный оператор уничтожения записывается в виде $c_{0,\mathbf{p}}(t) = c_{0,0}\delta(\mathbf{p}) + u_{\mathbf{p}}b_{\mathbf{p}}(t) + v_{\mathbf{p}}b_{-\mathbf{p}}^\dagger(t)$, где $c_{0,0}$ описывает частицы в состоянии БЭК с нулевым импульсом, $|c_{0,0}|^2 = n_c$. Здесь $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ – коэффициенты преобразования Боголюбова [26], а $b_{\mathbf{p}}(t) = b_{\mathbf{p}}(0) \exp(-i\omega_{\mathbf{p}}t)$ – операторы боголюбовских возбуждений.

Здесь, как и на рис. 7(a), играют роль два типа процессов: почти вертикальные переходы из БЭК в надконденсатное состояние и “беляевские процессы” [27], при которых поглощение света сопровождается не только возбуждением частицы, но также испусканием или поглощением боголюбовских возбуждений. Соответствующий закон сохранения энергии имеет вид $\omega = \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \Delta_{\eta}^g + \omega_{-\mathbf{p}}$. Вероятность поглощения фотона пропорциональ-

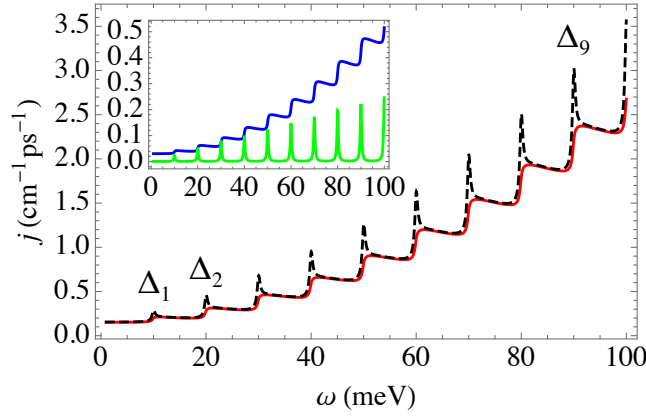


Рис. 8 — Спектр плотности тока $j_c = j_{c1} + j_{c2}$ (основной график). Две компоненты тока j_{c1} (зелёная кривая) и j_{c2} (синяя кривая) согласно ур. (8) и (9) (вставка) для параметров $\Delta^g = 10$ мэВ, $M = 0.5 m_0$, $n_c = 2 \times 10^{13}$ см $^{-2}$ (красная кривая), $n_c = 2 \times 10^{14}$ см $^{-2}$ (чёрная пунктирная кривая), $n_c = 5 \times 10^{13}$ см $^{-2}$ (вставка).

на $\sum_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}}^2 \delta(\omega - \varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} - \Delta_{\eta}^g - \omega_{-\mathbf{p}})$. В длинноволновом пределе, учитывая, что $sp \gg \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{p}}^2 \sim \omega_{\mathbf{p}}^{-1}$, в 2D случае находим пороговое поведение коэффициента поглощения света:

$$\mathcal{P} \sim \sum_{\eta} \left| \mathbf{p}_d^{\eta 1} \cdot \mathbf{E}_0 \right|^2 \int_0^{\infty} \frac{pdp}{\omega_{\mathbf{p}}} \delta(\omega - \Delta_{\eta}^g - \omega_{-\mathbf{p}}) \sim \sum_{\eta} \left| \mathbf{p}_d^{\eta 1} \cdot \mathbf{E}_0 \right|^2 \Theta[\omega - \Delta_{\eta}^g], \quad (7)$$

где \mathbf{p}_d — дипольный матричный элемент. Таким образом, учёт внутренней структуры частиц приводит к “квантованию” отклика системы на внешнее световое давление в 2D конденсате. Как было показано в предыдущем разделе, если бозоны находятся в нормальной фазе, спектр тока представляет собой набор резонансов. Вместо этого при наличии БЭК полный ток увлечения состоит из двух компонент. Первая демонстрирует резонансное поведение, как и в случае нормальной фазы [см. ур. (6)],

$$\mathbf{j}_{c1} = \frac{2n_c \mathbf{k} \tau^2}{M \hbar} \sum_{\eta} \left| \mathbf{p}_d^{1\eta} \cdot \mathbf{E}_0 \right|^2 \left[\frac{1}{1 + 4\tau^2(\omega - \Delta_{\eta}^g)^2} - \frac{1}{1 + 4\tau^2(\omega + \Delta_{\eta}^g)^2} \right], \quad (8)$$

а вторая имеет ступенчатую структуру (рис. 8),

$$\mathbf{j}_{c2} = \frac{5\tau \mathbf{k}}{8\pi \hbar^2} \sum_{\eta} \left| \mathbf{p}_d^{1\eta} \cdot \mathbf{E}_0 \right|^2 \left(\arctan \left[2\tau(\omega + \Delta_{\eta}^g) \right] + \arctan \left[2\tau(\omega - \Delta_{\eta}^g) \right] \right), \quad (9)$$

где τ — время жизни частицы в возбуждённом состоянии.

Раздел 3.4 посвящён фотоиндуцированному электрическому току в двумерных конденсатах. Если частота внешнего ЭМ поля превышает потенциал ионизации экситона, в системе появляются фотогенерированные электроны и дырки, и они создают электрический ток в направлении импульса света (за счёт ЭФУ). ДКЯ (рис. 9) освещается монохроматическим ЭМ полем с волновым вектором \mathbf{Q} под углом падения θ относительно нормали к плоскости структуры. Снова происходят несколько процессов. Процесс первого типа даётся формулой $\hat{V}_1 = \sqrt{n_c} \sum_{\mathbf{p}_{eh}, \mathbf{q}} \mathcal{M}(\mathbf{q}) \delta(\mathbf{p}_{eh} - \mathbf{k}) \hat{c}_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}}$, описывающей создание

электрон-дырочной пары непосредственно из конденсата за счёт распада экситона. Аналогичный процесс возможен и в отсутствие конденсата (где вместо n_c будет разница чисел заполнения основного и возбуждённого состояний). Соответствующая вероятность рождения электрон-дырочной пары может быть найдена из золотого правила Ферми. Процессы второго типа, $\hat{V}_2 = \sum_{\mathbf{p}_{eh}, \mathbf{q}} \mathcal{M}(\mathbf{q}) v_{\mathbf{p}_{eh}-\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{p}_{eh}, \mathbf{q}}^\dagger(t) \hat{a}_{\mathbf{k}}(t) \hat{b}_{-\mathbf{p}_{eh}+\mathbf{k}}^\dagger(t)$, уникальны для систем, содержащих конденсат. Здесь создание электрон-дырочной пары за счёт распада экситона сопровождается испусканием боголона. Получаем два вклада в электрический ток (рис. 10),

$$\mathbf{j}_1(\omega) = 8j_0 \mathbf{k} \ell (\mu_X/M) (n_c \ell^2) \mathcal{F}_1 \left(\frac{\omega - I}{\omega_0} \right), \quad \mathcal{F}_1(x) = x \exp(-2x) \Theta(x), \quad (10)$$

где $j_0 = 2(2\pi)^3 e (\tau_h - \tau_e) \ell (eE_0)^2 \langle |(\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}_{\mathbf{q}})|^2 \rangle$, $\mathbf{n}_{\mathbf{q}} = \mathbf{q}/q$ – единичный вектор, $\omega_0^2 = e^2 / (4\pi \epsilon_0 \epsilon_d \mu_X a^3)$, μ_X – приведённая масса экситона, I – потенциал ионизации и

$$\mathbf{j}_2 = j_0 \mathbf{k} \ell \mathcal{F}_2 \left(\frac{\omega - I}{\omega_0} \right), \quad \mathcal{F}_2(x) = [1 - (1 + 2x) \exp(-2x)] \Theta(x). \quad (11)$$

В последних выражениях \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 – безразмерные вспомогательные функции. Видно, что полный ток отличен от нуля, если времена релаксации импульса $\tau_{e,h}$ различны для электронов и дырок. Заметим, однако, что даже в случае нулевого полного тока, когда $\tau_e = \tau_h$, может существовать ненулевой ток в каждом из слоёв ДКЯ, взятых отдельно. Из ур. (10) и (11) и рис. 10 видно, что на малых частотах $0 < \omega - I \ll \omega_0$ ток \mathbf{j}_1 , связанный с непосредственной ионизацией конденсированных экситонов, даёт основной вклад. Напротив, если $\omega - I \gg \omega_0$, второй член \mathbf{j}_2 , описывающий ионизацию экситона, сопровождающуюся процессами испускания боголонов, превышает \mathbf{j}_1 . Действительно, если $\omega - I \gg \omega_0$, функция \mathcal{F}_1 в ур. (10) затухает экспоненциально, тогда как в ур. (11), $\mathcal{F}_2(\omega) \rightarrow 1$ (см. вставку на рис. 10). Следовательно, измеряя спектр электрического тока в системе, можно судить о существовании конденсата.

В разделе 3.5 исследуется новый тип парамагнитного резонанса в спин-поляризованных бозе-эйнштейновских конденсатах на примере БЭК экситон-поляритонов. Изу-

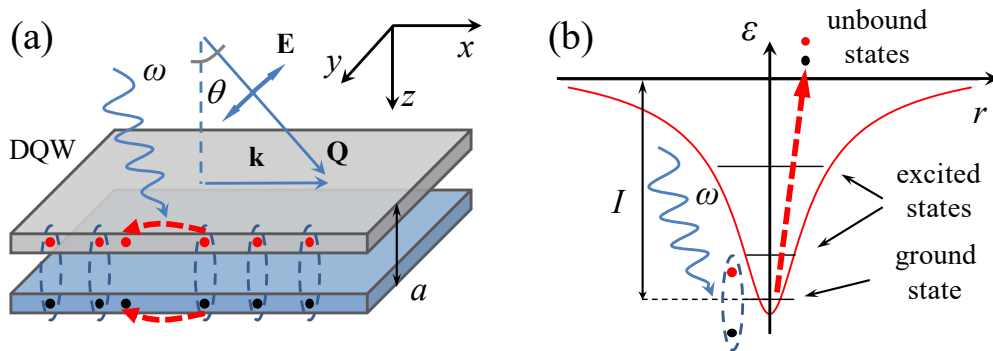


Рис. 9 — Схематическое изображение системы. (а) Двойная квантовая яма (DQW) под действием внешнего ЭМ поля света \mathbf{E} с волновым вектором \mathbf{Q} . (б) Энергетический спектр внутреннего движения экситона.

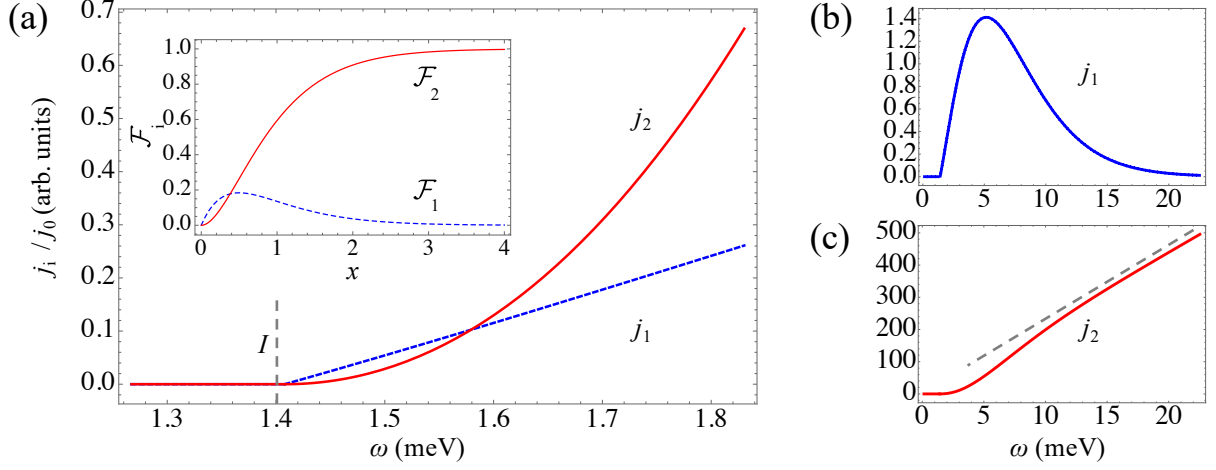


Рис. 10 — Компоненты электрического тока в системе на частотах в окрестности потенциала ионизации (a) и на более высоких частотах (b, c). На вставке показаны специальные функции \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 .

чается линейный отклик спиновой плотности поляритонов, $S^i(\mathbf{r}, t) = \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{\sigma}_i \hat{\psi}(\mathbf{r}, t)$ на изменяющееся внешнее МП, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (0, 0, B_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$. Величина МП берётся малой, чтобы можно было применить теорию линейного отклика, в рамках которой $S^i(\mathbf{r}, t) = \iint d\mathbf{r}' dt' \chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, t') B_j(\mathbf{r}', t')$. Используя гамильтониан взаимодействия в специальной форме [28], $\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2} U_0 (|\psi_+|^4 + |\psi_-|^4) + (U_0 - 2U_1) |\psi_+|^2 |\psi_-|^2$, где U_0 и U_1 — константы поляритон-поляритонного взаимодействия, записывается уравнение ГП для каждой из спиновых компонент дублета,

$$i\dot{\psi}_\pm = \left(\hat{E}_{\mathbf{p}} - \mu + u_i(\mathbf{r}) + U_0 |\psi_\pm|^2 + (U_0 - 2U_1) |\psi_\mp|^2 \pm \frac{1}{2} g_s \mu_B B(\mathbf{r}, t) \right) \psi_\pm + \lambda_{so} p_\mp^2 \psi_\mp, \quad (12)$$

где μ — химический потенциал, а g_s — эффективный ЭП g -фактор. Также введён случайно флуктуирующий примесный потенциал, который имеет нулевое среднее значение, $\langle u_i(\mathbf{r}) \rangle = 0$ и следующие статистические свойства: $\langle u_i(\mathbf{r}) u_i(\mathbf{r}') \rangle = u_0^2 \delta_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'}$, $\langle u(\mathbf{p}) u(\mathbf{p}') \rangle = u_0^2 \delta_{\mathbf{p}, -\mathbf{p}'}$, где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по позициям примесей. Будем предполагать, что заполнение конденсированной компоненты всегда остаётся намного большим, $|\psi_+|^2 \gg |\psi_-|^2$.

В баллистическом случае находим поперечные псевдоспиновые восприимчивости,

$$\chi_{xz}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{2} \lambda_{so} n_c g_s \mu_B \frac{k_+^2 (\omega + E_k) (\omega + \mathcal{E}_k) + k_-^2 (\omega - E_k) (\omega - \mathcal{E}_k)}{[(\omega + i\delta)^2 - \omega_k^2] [(\omega + i\delta)^2 - \mathcal{E}_k^2]}, \quad (13)$$

$$\chi_{yz}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{i}{2} \lambda_{so} n_c g_s \mu_B \frac{k_+^2 (\omega + E_k) (\omega + \mathcal{E}_k) - k_-^2 (\omega - E_k) (\omega - \mathcal{E}_k)}{[(\omega + i\delta)^2 - \omega_k^2] [(\omega + i\delta)^2 - \mathcal{E}_k^2]}, \quad (14)$$

где $\mathcal{E}_k = E_k + 2|U_1|n_c$, $k_\pm = k_x \pm ik_y$, и продольную псевдоспиновую восприимчивость,

$$\chi_{zz}(\mathbf{k}, \omega) = g_s \mu_B n_c \frac{E_k}{(\omega + i\delta)^2 - \omega_k^2} \left[1 + \frac{(2M\lambda_{so})^2 E_k \mathcal{E}_k}{(\omega + i\delta)^2 - \mathcal{E}_k^2} \right]. \quad (15)$$

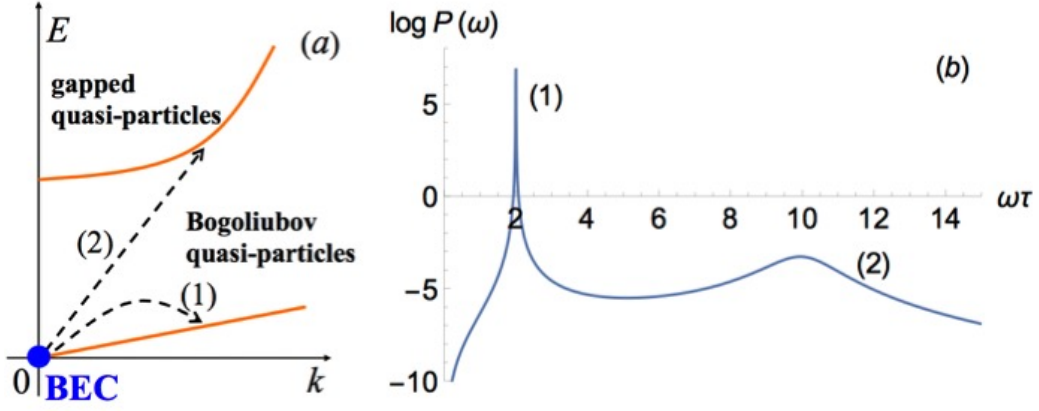


Рис. 11 — (а) Квазичастичный спектр системы с двумя типами переходов: (1) и (2). Синяя точка обозначает конденсат. (б) Спектр поглощения. Пики (1) и (2) являются результатом переходов (1) и (2) из панели (а).

Они испытывают резонанс в окрестности частоты коллективной (боголюбовской) моды конденсата $\omega \approx \omega_k$. Кроме того, ТЕ-ТМ расщепление разрешает переходы частиц между спин-поляризованными компонентами дублета, что приводит к возникновению дополнительного резонанса при $\omega \approx \mathcal{E}_k$. Отклик системы может быть описан потребляемой мощностью: $P_{k\omega} \sim -\omega B_0^2 \text{Im} \chi_{zz}(\mathbf{k}, \omega)$ (см. рис. 11).

Учёт механизмов рассеяния приводит к уширению линии в спектре фотолюминесценции системы и к конечным значениям восприимчивостей (13)–(15) на резонансах. Наиболее значительный вклад в безызлучательное время жизни ЭП при низких температурах является рассеяние частиц на беспорядке. В длинноволновом пределе находим: $\gamma_k^+ = (k\xi_h)^3/\tau$, $\gamma_k^- = (2U_1/U_0)^2/\tau$, где $1/\tau = Mu_0^2$ – обратное время рассеяния в нормальном (надконденсатном) состоянии. Как и ожидалось, ЭП с поляризацией “–”, которые находятся в нормальном состоянии, имеют обычное время жизни (поскольку $2U_1/U_0 \sim 1$ [29]), тогда как рассеяние ЭП в конденсированном состоянии оказывается сильно подавлено ввиду множителя $(k\xi_h)^3 \ll 1$. Из этих выражений видно, что ширина линии отклика макроскопически занятой компоненты (в нашем случае ψ_+) намного меньше по сравнению с шириной линии малонаселённой компоненты, поскольку $\gamma_k^+/\gamma_k^- \sim (k\xi_h)^3 \ll 1$. Этот фундаментальный результат может оказаться полезным в экспериментах, когда необходимо выяснить, находится ли одна из спиновых компонент в БЭК.

Раздел 3.6 посвящён методу квантовых траекторий [30] для описания когерентных свойств ЭП систем. Этот метод может использоваться для исследования системы некогерентно накачиваемых взаимодействующих ЭП в присутствии диссипации, вызванной окружающей средой (тепловым резервуаром). Он позволяет реконструировать матрицу плотности системы, из которой могут быть извлечены корреляционные функции первого, $g^{(1)}(\Delta x)$, и второго порядка, $g^{(2)}(\tau)$.

Из гамильтониана, учитывающего поляритон-поляритонного и поляритон-фононного взаимодействие, выводится основное кинетическое уравнение Линдблада и выраже-

ния для операторов квантовых прыжков,

$$\hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^+ = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}} \bar{n}_{\text{P}}(E_{\mathbf{k}})} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger, \quad \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^- = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}} [\bar{n}_{\text{P}}(E_{\mathbf{k}}) + 1]} \hat{a}_{\mathbf{k}}, \quad (16)$$

$$\hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^+ = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{\text{ph}} \bar{n}_{\text{ph}}(E_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{k}_2})} \hat{a}_{\mathbf{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_2}, \quad \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^- = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{\text{ph}} [\bar{n}_{\text{ph}}(E_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{k}_2}) + 1]} \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2}^\dagger, \quad (17)$$

где $E_{\mathbf{k}_1} > E_{\mathbf{k}_2}$, а скорость рассеяния, опосредованного фононами, была тоже переобозначена как $\gamma_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{\text{ph}}$. Уравнения (16) описывают накачку и распад поляритонов. Средняя мощность, подводимая в поляритонную систему за счёт взаимодействия с резервуаром накачки, описывается выражением $P = \bar{n}_{\text{P}} \gamma_{\mathbf{k}}$. Уравнения (17) описывают переходы между поляритонными модами, опосредованные взаимодействием с резервуаром фононов. Следует отметить, что процессы (17) излучения фононов продолжаются даже при $T = 0$ К.

Квантовая динамика системы моделируется с использованием метода волновых функций Монте-Карло [30]. Процедура основана на эволюции волновой функции системы при помощи уравнения Шрёдингера, $i\hbar \partial_t |\tilde{\psi}\rangle = \tilde{\mathcal{H}} |\tilde{\psi}\rangle$ с эффективным неэрмитовым гамильтонианом

$$\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mathbf{k}} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^{+\dagger} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^+ - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mathbf{k}} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^{-\dagger} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^- - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{+\dagger} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^+ - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{-\dagger} \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^-. \quad (18)$$

Неэрмитовые члены в ур. (18), очевидно, приводят к убыванию нормы $\langle \tilde{\psi}(t) | \tilde{\psi}(t) \rangle$. При компьютерном моделировании генерируется случайное число η_1 и система эволюционирует. Условие $\langle \tilde{\psi}(t) | \tilde{\psi}(t) \rangle \leq \eta_1$ определяет, происходит ли процедура перехода из одного состояния в другое или нет [30]. После каждого прыжка состояние $|\tilde{\psi}(t)\rangle$ снова нормализуется, и генерируется новое число η_1 . Одиночная реализация j этого протокола даёт квантовую траекторию $|\tilde{\psi}(t)\rangle_j$ с $j = 1, 2, \dots, N$. Используя ансамбль траекторий, можно аппроксимировать матрицу плотности системы, $\hat{\rho}(t) = \sum_{j=1}^N |\tilde{\psi}(t)\rangle_j \langle \tilde{\psi}(t)|_j / N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \hat{\rho}(t)$, где $\hat{\rho}(t)$ – фактическая матрица плотности системы. Среднее значение любого оператора в системе \hat{O} можно найти из выражения $\langle \hat{O}(t) \rangle = \text{Tr} [\hat{O} \hat{\rho}(t)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \text{Tr} [\hat{O} \hat{\rho}(t)] \right\}$. Этот метод не только позволяет значительно снизить потребление памяти компьютером за счёт исследования эволюция кет-вектора вместо матрицы плотности, но также он идеально подходит для распараллеливания процессов из-за независимости квантовых траекторий.

Использовались параметры, соответствующие микрорезонатору на основе GaAs, имеющему цилиндрическую симметрию, с расщеплением Раби $\Omega_R = 10$ мэВ, $m_{\text{ph}} = 5 \times 10^{-5} m_0$, временем жизни поляритона $\tau \simeq 1/\gamma_k = 20$ пс, энергией связи $E_b = 10$ мэВ, боровским радиусом $a_B = 10$ нм, и площадью $S = 100$ мкм². На рис. 12 показана зависимость функции временной когерентности второго порядка от мощности накачки для низшей моды,

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}_0^\dagger(0) \hat{a}_0^\dagger(\tau) \hat{a}_0(\tau) \hat{a}_0(0) \rangle}{\langle \hat{a}_0^\dagger(0) \hat{a}_0(0) \rangle^2}. \quad (19)$$

При $T = 5$ К наблюдается явный переход от тепловой статистики с $g^{(2)}(0) = 2$ к когерентному состоянию, для которого $g^{(2)}(0) = 1$ с увеличением P , как показано на рис. 12(а).

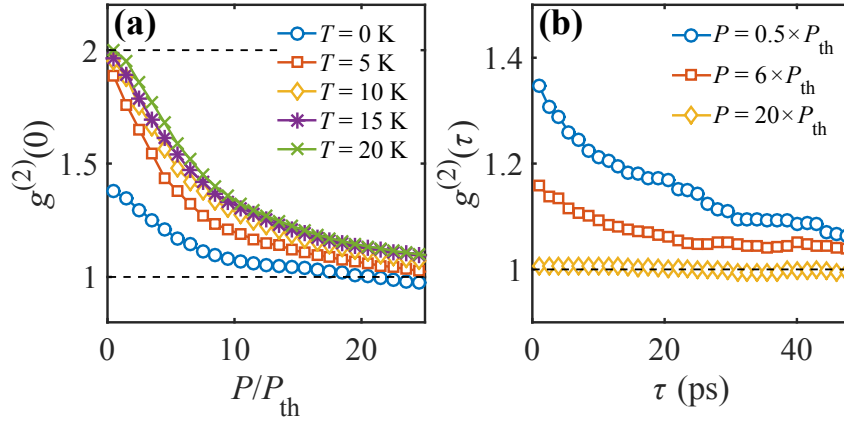


Рис. 12 — (а) Функция временной когерентности второго порядка моды основного состояния при нулевой задержке, $g^{(2)}(0)$, как функция относительной мощности накачки, P/P_{th} , для разных температур окружающей среды. (с) Функция временной когерентности с конечным запаздыванием, $g^{(2)}(\tau)$ при $T = 0$ К.

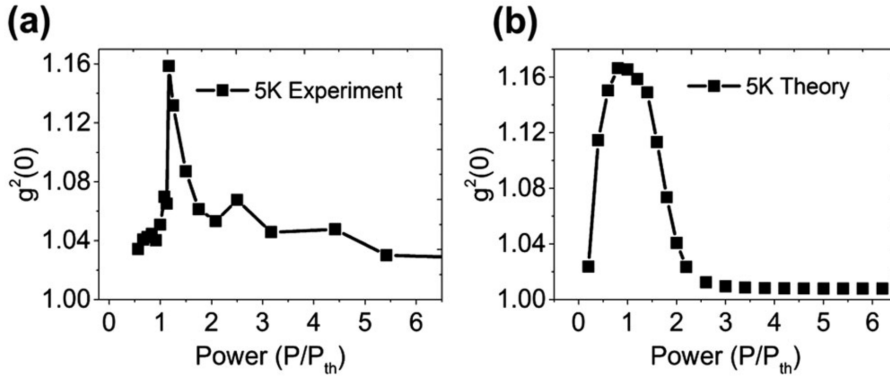


Рис. 13 — Экспериментальная (а) и теоретическая (б) зависимость функции временной когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ от мощности накачки в резонаторе с микропилларом диаметром 6 мкм. Виден переход к состоянию почти полностью когерентного излучения.

При понижении температуры когерентность появляется при меньшей мощности накачки, как и ожидалось.

Метод стохастических траекторий позволяет воссоздать поведение $g^{(2)}(0)$ в экспериментальных образцах с ноль-мерным вытравленным потенциалами (конфайнментом, обусловленным травлением), где дискретная дисперсия частиц способствует проявлению когерентных свойств конденсации. Исследуемый образец – это $\lambda/2$ планарный высокодобротный микрорезонатор. Накачка образца производилась импульсным титан-сапфировым лазером, настроенным на первый брэгговский минимум запрещённой зоны. Было проведено теоретическое описание эксперимента. На рис. 13(а) представлены экспериментальные кривые зависимости $g^{(2)}(0)$ в пилларе диаметром 6 мкм от мощности накачки. На рис. 13(б) показаны результаты теоретического моделирования с использованием того же набора параметров, что и в эксперименте. Теория отлично воспроизводит рост и падение корреляционной функции. Необходимо отметить, что первоначальный рост функции когерентности ранее не был объяснён теоретически [31], а метод квантовых траекторий позволяет получить похожую на эксперимент зависимость. Следует также отметить, что

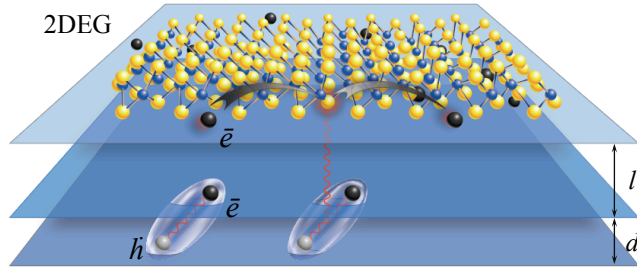


Рис. 14 — Схематическое изображение системы. 2DЭГ расположен на расстоянии l от 2D газа не прямых (дипольных) экситонов, находящихся в двух параллельных слоях (GaAs или MoS₂) на расстоянии d друг от друга.

временная когерентность системы падает с увеличением её латерального размера. Такое поведение может быть объяснено нетривиальной зависимостью скорости рассеяния ЭП на фоновых при изменении дискретизации энергетических состояний.

Далее был рассмотрен не одиночный столбец (микропиллар), а зигзагообразная цепочка пилларов Су–Шриффера–Хигера (СШХ). Результаты моделирования показали установление временной когерентности топологического состояния.

В [разделе 3.7](#) приведены краткие выводы к главе 3. Третья глава написана на основе работ соискателя [[A4](#), [A5](#), [A6](#), [A7](#), [A8](#), [A9](#), [A10](#), [A11](#), [A12](#)].

Четвёртая глава посвящена эффектам кулоновского взаимодействия в многослойных гибридных 2D системах на основе электронных и экситонных газов.

В [разделе 4.1](#) описана теория магнитоплазменного резонанса Фано в гибридной бозе-фермиевской системе, которая представляет собой два параллельных слоя электронов и экситонов, как показано на рис. 14. Рассматривается случай нулевой температуры, когда квантовые эффекты проявляются наиболее ярко. Однородное МП направлено вдоль оси роста структуры. Будем предполагать, что МП достаточно слабое, и поэтому оно не может влиять на движение центра масс экситона. При этом МП достаточно сильное, чтобы существенно влиять на движение электронов. Внешнее ЭМ поле, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_0, 0, 0)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t}$, вызывает отклонения электронной плотности от её равновесного значения, $\delta n(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t) - n_0$, где \mathbf{r} – радиус-вектор в плоскости КЯ, а \mathbf{k} – волновой вектор в плоскости. Будем также предполагать, что ЭМ поле не взаимодействует с экситонами напрямую. Действительно, если частота внешнего ЭМ поля, ω , находится в окрестности частоты плазмона при данном волновом векторе, то электронный слой действует как эффективный резонатор, усиливая амплитуду индуцированного (плазменного) поля в $\sim \omega\tau_e$ раз по сравнению с амплитудой внешнего поля, где τ_e – время релаксации электрона [[32](#)]. Используя уравнение непрерывности и модель Боголюбова слабо взаимодействующего бозе-газа, а также уравнение ГП для экситонного БЭК, в рамках теории линейного отклика находим проводимость,

$$\tilde{\sigma}_{k\omega} = \frac{1}{\sigma_B^{-1} + i\frac{k^2}{e^2\omega} [U_{k\omega} + V_{k\omega}^2 P_{k\omega}]}, \quad \text{где} \quad \sigma_B = \sigma_0^D \frac{i(\omega\tau_e + i)}{(\omega\tau_e + i)^2 - \omega_c^2\tau_e^2}. \quad (20)$$

Здесь $\sigma_0^D = e^2 n_0 \tau_e / m_e$ – статическая проводимость Друде электронного газа. Очевидно, что благодаря кулоновскому взаимодействию экситонов и электронов возникают новые гибридные моды, описывающие совместные колебания плотностей экситонов и электронов. Закон дисперсии этих новых мод легко определить по полюсам перенормированной проводимости, $\tilde{\sigma}_{k\omega}^{-1} = 0$. Теперь можно найти и коэффициент поглощения ЭМ излучения как действительную часть проводимости: $\mathcal{P}_{k\omega} = \frac{1}{2} E_0^2 \text{Re} \tilde{\sigma}_{k\omega}$. На рис. 15 показан спектр коэффициента поглощения, демонстрирующий возникновение резонанса Фано. При увеличении скорости боголюбовских возбуждений s , резонанс Фано сдвигается по частоте. В частности, рис. 15(a) и (с) соответствуют известным асимметричным профилям Фано, тогда как рис. 15(b) соответствует симметричной конфигурации (как одному из частных случаев).

Раздел 4.2 посвящён эффекту захвата электронов примесями в гибридных бозе-фермиевских системах. В этом разделе показано, что при наличии экситонного БЭК возникают дополнительные механизмы захвата электронов на центры притяжения. Этот механизм является следствием межслоевого электрон-экситонного взаимодействия. При наличии БЭК открывается дополнительный механизм безызлучательного рассеяния электронов. Его можно назвать захватом электрона, сопровождающимся излучением пары боголонов. Рассматривается та же гибридная система, что и раньше (рис. 14). Она может быть описана гамильтонианом $\mathcal{H} = \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{R} \Psi_{\mathbf{r}}^\dagger \Psi_{\mathbf{r}} g(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \Phi_{\mathbf{R}}^\dagger \Phi_{\mathbf{R}}$, где $\Psi_{\mathbf{r}}$ и $\Phi_{\mathbf{R}}$ – операторы поля электронов и экситонов, соответственно, $g(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ – кулоновское взаимодействие между слоями, \mathbf{r} – координата в плоскости 2DЭГ, а \mathbf{R} – координата центра масс экситона. Поскольку экситоны находятся в фазе БЭК, используем модель слабо взаимодействующего бозе-газа. Тогда в гамильтониане станут доминировать два члена:

$$\mathcal{H}_1 = \frac{\sqrt{n_c}}{L} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} g_{\mathbf{p}} \left[(v_{\mathbf{p}} + u_{-\mathbf{p}}) b_{-\mathbf{p}}^\dagger + (u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}) b_{\mathbf{p}} \right] c_{\mathbf{k}+\mathbf{p}}^\dagger c_{\mathbf{k}}, \quad (21)$$

$$\mathcal{H}_2 = \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q}} g_{\mathbf{p}} \left(u_{\mathbf{q}-\mathbf{p}} u_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}^\dagger b_{\mathbf{q}} + u_{\mathbf{q}-\mathbf{p}} v_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}^\dagger b_{-\mathbf{q}}^\dagger + v_{\mathbf{q}-\mathbf{p}} u_{\mathbf{q}} b_{-\mathbf{q}+\mathbf{p}} b_{\mathbf{q}} + v_{\mathbf{q}-\mathbf{p}} v_{\mathbf{q}} b_{-\mathbf{q}+\mathbf{p}} b_{-\mathbf{q}}^\dagger \right) c_{\mathbf{k}+\mathbf{p}}^\dagger c_{\mathbf{k}}, \quad (22)$$

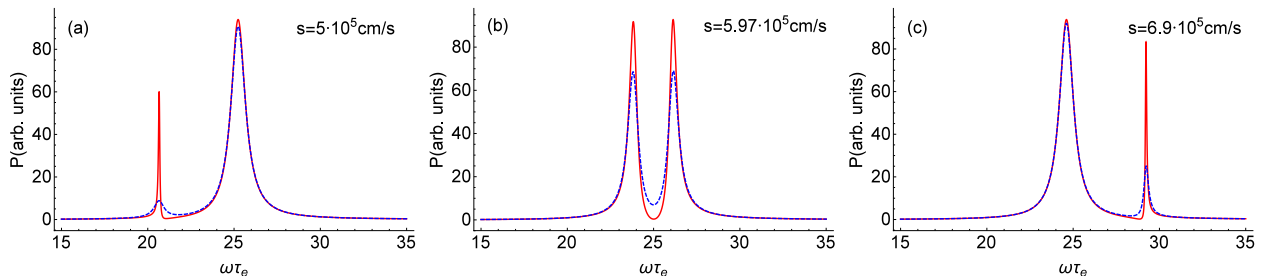


Рис. 15 — Проявление резонанса Фано в гибридной электрон-экситонной системе, представленной на рис. 14. Коэффициент поглощаемой мощности как функция частоты для разных s от (а) до (с) для $\tau_X = 10^{-8}$ с (красные сплошные кривые) и $\tau_X = 5 \times 10^{-10}$ с (синие пунктирные кривые).

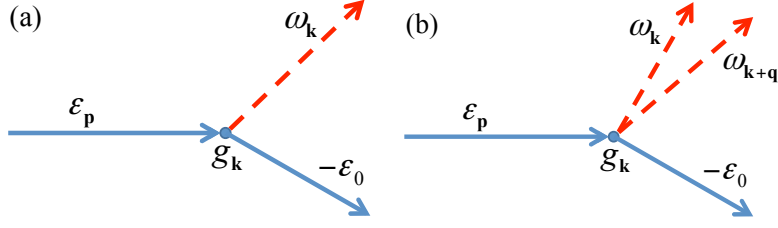


Рис. 16 — Схематическое изображение процессов захвата электронов при испускании одного (а) и двух (б) квантов Боголюбова (красные пунктирные стрелки).

где $b_{\mathbf{p}}(c_{\mathbf{k}})$ и $b_{\mathbf{p}}^{\dagger}(c_{\mathbf{k}}^{\dagger})$ – операторы уничтожения и рождения боголонов (электронов), соответственно, $g_{\mathbf{p}} = e^2(1 - e^{-pd})e^{-pl}/(2\epsilon_0\epsilon_d p)$ – Фурье образ электрон-экситонного взаимодействия, $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ – боголюбовские коэффициенты, а L – длина образца. Уравнения (21) и (22) задают матричные элементы рассеяния электронов, описывая два концептуально различных процесса в одном (нижнем) порядке по силе взаимодействия $g_{\mathbf{p}}$. Вклад \mathcal{H}_1 отвечает за рассеяние электронов с испусканием / поглощением одиночного кванта Боголюбова (мы будем называть их *1b* процессами), тогда как \mathcal{H}_2 описывает рассеяние электронов, опосредованное излучением / поглощением пары боголонов. Их мы будем называть процессами *2b*. Схема этих процессов представлена на рис. 16.

Далее находим вероятности захвата электрона примесью с испусканием одиночного боголона и пары боголонов. В наиболее интересном длинноволновом пределе ($k\xi_h \ll 1$, $\omega_k \approx sk$), учитывая, что $|v_{-k} + u_k|^2 \approx k\xi_h$ и $\omega_k \gg k^2/2m_e$, получаем:

$$w_{1b} = \frac{3\pi}{8} \left(\frac{d}{a_B}\right)^2 \frac{\epsilon_i^2 \xi_h n_c a_B}{m_e s^2} I\left(\frac{e^2 l}{\hbar s a_B}; \frac{m_e a_B}{2M\hbar\xi_h}\right), \text{ где } I(\alpha; \beta) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} x dx}{[1 + \beta^2 (1 - 1/x)^2]^{5/2}}, \quad (23)$$

$$w_{2b} = \frac{3m_e}{M} \left(\frac{d}{16a_B}\right)^2 \frac{a_B \epsilon_i}{\xi_h \hbar^2} J\left(\frac{e^2 l}{\hbar s a}; \frac{m_e a_B}{2M\hbar\xi_H}\right), \quad J(\alpha; \beta) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} dx dt}{[1 + \beta^2 (\cosh t - \frac{1}{x})^2]^{5/2}}. \quad (24)$$

Процессы *2b* являются преобладающими, и они приводят к тому, что время захвата оказывается на порядки меньше по сравнению с *1b* процессами. Следует отметить, что процессы эмиссии боголонов третьего и более высоких порядков должны описываться теорией возмущений более высокого порядка, поэтому они намного менее вероятны.

В разделе 4.3 произведён расчёт сопротивления электронного газа за счёт взаимодействия с возбуждениями конденсата непрямых экситонов (в системе, изображённой на рис. 14). Дополнительный вклад в сопротивление возникает из-за взаимодействия с боголюбовскими возбуждениями. Показано, что хотя рассеяние на боголонах во многом аналогично фононному случаю, есть и фундаментальные различия.

Чтобы исследовать температурную зависимость сопротивления, обусловленного *1b* и *2b* процессами, использовался подход Блоха–Грюннайзена [33, 34], который был разработан для описания электрон-фононного взаимодействия. Он основан на уравнении Больцмана, $e\mathbf{E} \cdot \partial_{\mathbf{p}} f = I\{f\}$, где f – функция распределения электронов, \mathbf{E} – внешнее

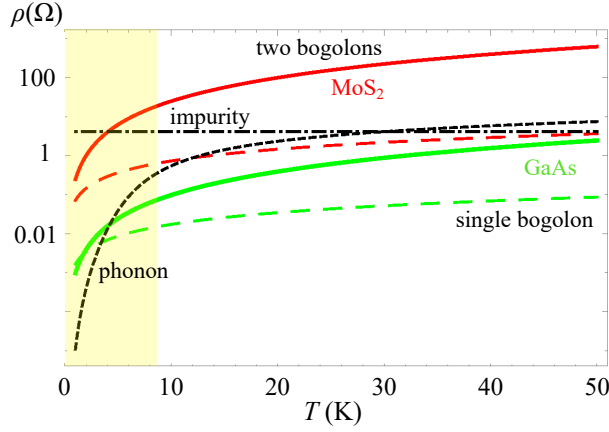


Рис. 17 — Зависимость сопротивления системы от температуры для конденсатов экситонов в MoS_2 (красные кривые) и GaAs (зелёные кривые). Цветные сплошные и штриховые кривые показывают вклады двухбогolonных и однобогolonных процессов, соответственно. Чёрные штрихпунктирные и штриховые кривые показывают примесный и фоновый вклады. Для построения графиков использовались $n_e = 10^{13} \text{ см}^{-2}$ и $n_c = 10^9 \text{ см}^{-2}$.

пробное электрическое поле, а $I\{f\}$ — интеграл столкновений, содержащий процессы рассеяния. Предположив, что функция распределения электронов, f_p , близка к равновесной, $f_p = f_0 + \delta f_p$, с помощью вариационных методов, находим среднее время релаксации электронов. Из него вычисляется удельное сопротивление за счёт двухбогolonных процессов:

$$\rho^{(2)} = \frac{s^2 M^2}{8\pi^2 e^2 m_e^3 v_F^5} \int_{L^{-1}}^{\infty} \frac{k^2 g_k^2 dk}{\sinh^2 \left[\frac{\hbar s k}{2k_B T} \right]} \ln(kL), \quad (25)$$

где v_F — скорость Ферми; также введена необходимая для сходимости инфракрасную обрезка L^{-1} . Физический смысл этой обрезки — отсутствие флуктуаций с длиной волны больше L . Она также может быть связана с критической температурой конденсации Бозе–Эйнштейна в конечной ловушке длиной L [35].

На рис. 17 показано температурное поведение различных основных вкладов в сопротивление. Чтобы сравнить рассеяние, опосредованное богOLONами, с рассеянием на фононах и примесях, были использованы теоретические и экспериментальные данные, представленные в других работах [36] и параметры, характерные для 2DЭГ в GaAs и экситонов как в GaAs , так и в MoS_2 материалах. Заштрихованная жёлтым область выделяет низкотемпературный режим $T \ll T_{\text{BG}}$, где и для GaAs , и для MoS_2 $T_{\text{BG}} \approx 80 \text{ К}$. В этом режиме примесное рассеяние доминирует даже в GaAs . Однако, если $T > 14 \text{ К}$, видно, что вклад рассеяния 2b в удельное сопротивление может стать на порядок больше, чем все другие вклады, если материал ДКЯ — MoS_2 . Примесное, фоновое и 1b сопротивления имеют сопоставимые вклады в интервале температур 20 — 50 К. Критическая температура квазиконденсации экситонов (или образования вырожденного бозе-газа) в GaAs составляет около $T_c \sim 1 - 7 \text{ К}$ [37] и может достигать $T_c \sim 100 \text{ К}$ в MoS_2 [11].

До сих пор 2b-взаимодействие не рассматривалось применительно к 2DЭГ-БЭК-системам, поскольку оно считалось подпадающим под теорию возмущений второго порядка при флуктуациях над основным макроскопически заполненным состоянием. Рисунок 17 демонстрирует, что это широко распространённое приближение не работает в контексте экситонных конденсатов в материале MoS₂.

Преобладание канала 2b над рассеянием 1b в экситонном слое MoS₂ можно понять из анализа матричных элементов и золотого правила Ферми. В случае 1b появляется малый множитель $(u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}) \sim \sqrt{1 + \zeta^2} - \zeta$, где $\zeta = (Ms)/(\hbar\lambda)$. Другими словами, $(u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}) \sim (p\xi_h)^2 \ll 1$. Напротив, такого эффекта самокомпенсации нет в 2b, где появляется произведение $u_{\mathbf{p}}v_{\mathbf{p}} \sim (p\xi_h)^{-1} \gg 1$. Здесь напрашивается сравнение с акустическими фононами, где такой эффект компенсации отсутствует, так что однофононное рассеяние даёт больший вклад, чем двухфононное рассеяние.

Для любого металла в нормальном (не сверхпроводящем) состоянии сила электрон-фононного взаимодействия отвечает за сопротивление ввиду присутствия процессов рассеяния. Очевидно, что чем больше сила взаимодействия (которая в основном определяется матричным элементом взаимодействия), тем больше сопротивление. В сверхпроводящей фазе спаривание электронов также обеспечивается взаимодействием с фононами (или боголонами [38]). Действительно, для сверхпроводимости ключевую роль играет тот же матричный элемент электрон-фононного взаимодействия. Чем он больше, тем больше сверхпроводящая щель, что означает хорошую (устойчивую) сверхпроводимость. Критическая температура также определяется силой электрон-фононного (богolonного) взаимодействия. Это позволяет нам предположить, что “плохие” проводники в нормальной фазе являются “хорошими” сверхпроводниками и предложить альтернативный механизм высокотемпературной сверхпроводимости за счёт взаимодействия с парами боголюбовских возбуждений, рассматриваемой в следующей главе.

В разделе 4.4 приведены краткие выводы к главе 4. Четвёртая глава написана на основе работ соискателя [A13, A14, A15, A16].

Пятая глава посвящена сверхпроводимости в гибридных бозе-фермиевских системах и взаимодействию двумерных сверхпроводников со светом.

В разделе 5.1 развита теория сверхпроводимости, опосредованной двухбогolonными процессами в рамках теории БКШ в гибридной системе графен – 2D конденсат (рис. 18). Рассматривается случай легированного графена с энергией Ферми, достаточно удалённой от точек Дирака [1, 39]. Как и в предыдущей главе производилось разделение волновой функции экситонного газа на конденсированную часть и надконденсатные частицы с последующим боголюбовским преобразованием. Далее в рамках теории БКШ боголонные степени свободы в гамильтониане были проинтегрированы с использованием преобразования Шриффера–Вольфа [14], в результате чего был найден эффективный

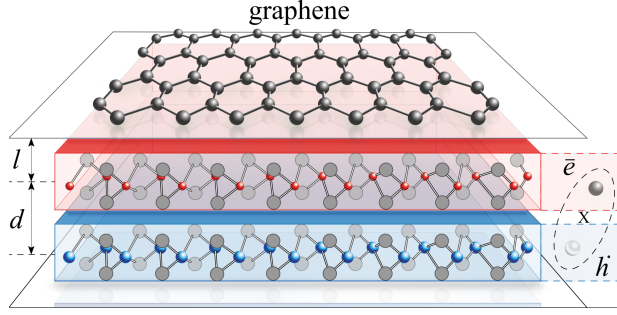


Рис. 18 — Схематическое изображение системы: гибридная система, состоящая из электронного газа в графене (верхний слой) на расстоянии l от двумерного конденсата Бозе–Эйнштейна, представленного непрямыми экситонами, где n -легированный (красный) и p -легированный (синий) слои разделены буферным слоем толщиной d .

гамильтониан для 1b или 2b спаривания ($\lambda = 1b, 2b$):

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}}^{(\lambda)} = & \mathcal{H}_0 + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{p}} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{\eta, \beta} \frac{V_{\lambda}^{\eta\beta}(p)}{2L^2} c_{\eta, \mathbf{k}+\mathbf{p}, \sigma}^{\dagger} c_{\beta, \mathbf{k}, \sigma} c_{\eta, \mathbf{k}'-\mathbf{p}, \sigma'}^{\dagger} c_{\beta, \mathbf{k}', \sigma'} + \\ & + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{p}} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{\eta \neq \beta} \frac{V_{\lambda}(p)}{2L^2} c_{\eta, \mathbf{k}+\mathbf{p}, \sigma}^{\dagger} c_{\eta, \mathbf{k}, \sigma} c_{\beta, \mathbf{k}'-\mathbf{p}, \sigma'}^{\dagger} c_{\beta, \mathbf{k}', \sigma'}. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь \mathcal{H}_0 – кинетическая энергия электронов в графене, $V_{\lambda}^{11}(p), V_{\lambda}^{22}(p) = V_{\lambda}(p)$ – матричные элементы, ответственные за внутривалинное рассеяние электронов, а $V_{\lambda}^{12(21)}(p) = V_{\lambda}(p \mp Q)$ – матричные элементы междолинного рассеяния, где $Q = |\mathbf{K} - \mathbf{K}'|$ – разность импульсов между точками Дирака неэквивалентных долин. Соответствующие диаграммы Фейнмана для двухэлектронных процессов представлены на рис. 19.

Были найдены матричные элементы электрон-электронного спаривания,

$$V_{1b}(p) = -\frac{n_c}{Ms^2} g_p^2 \equiv -\chi_1, \quad V_{2b}(p) = -\frac{\chi_2}{p} \left(1 + \frac{8}{\pi} \int_{L^{-1}}^{p/2} \frac{N_q dq}{\sqrt{p^2 - 4q^2}} \right), \quad (27)$$

где $\chi_2 = M^2 s g_p^2 / 4\hbar^3$ и $g_p = e_0^2 (1 - e^{-pd}) e^{-pl} / 2\epsilon_d p$. Член $V_{1b}(p)$ соответствует электрон-электронному спариванию, опосредованному одним боголюбовским возбуждением БЭК, тогда как $V_{2b}(p)$ описывает 2b процессы. Из сравнения формул (27) видно, что, в отличие от 1b сверхпроводимости, сила потенциала спаривания 2b содержит дополнительный зависимый от температуры член, пропорциональный бозевскому распределению боголонов, $N_q \equiv [\exp(\hbar\omega_q/k_B T) - 1]^{-1}$. Далее были решены уравнения Горькова [14] и найдена СП щель и критическая температура (рис. 20).

Из-за природы 2b взаимодействия электронов, матричные элементы которого $u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}} \propto (p\xi_h)^{-1}$, возникающий член $1/p$ в потенциале спаривания $V_{2b}(p)$, компенсирует малость, происходящую из плотности состояний $\mathcal{D}(\mu) \sim p$. Видно, что СП щель и критическая температура растут с ростом n_c . Как и должно быть, найденное нами значение

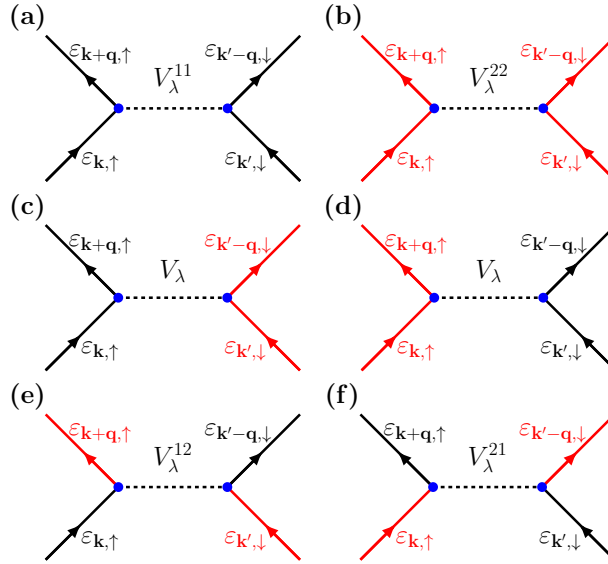


Рис. 19 — Диаграммы Фейнмана, иллюстрирующие внутридолинные (a), (b) и междолинные (c)–(f) процессы спаривания в соответствии с гамильтонианом (26). Красные и чёрные линии описывают электроны в долинах K и K', соответственно.

T_c (до 70 K) меньше температуры образования БЭК (около 100 K) в слоях непрямых экситонов MoS₂ [11].

Описанная выше теория напрямую применима и к 2DЭГ с параболической дисперсией (если вместо графена взять полупроводник). На рис. 21 показано сравнение между СП параметрами порядка за счёт 1b и 2b процессов в параболическом случае. При той же плотности конденсата n_c и концентрации электронов в 2DЭГ n_e , индуцированная 2b процессами щель $\Delta_{2b}(T)$ больше, чем $\Delta_{1b}(T)$. Такое различие в поведении двух щелей вы-

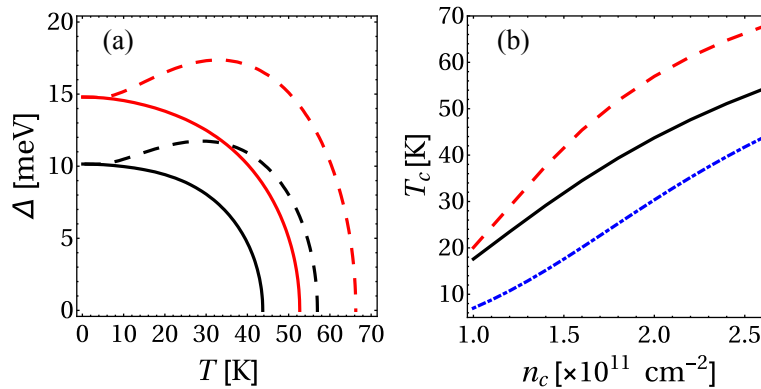


Рис. 20 — (a) Температурная зависимость СП щели для 2b процессов с учетом членов, содержащих N_q (штриховая кривая), и без вклада N_q (сплошная кривая). Использовались параметры $n_c = 2.5 \times 10^{11}$ (красная кривая) и $n_c = 2.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (чёрная кривая); $n_e = 7.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$; $d = 1$ нм. Также была учтена температурная зависимость n_c : $\tilde{n}_c = n_c [1 - (T/T_{\text{BEC}})^2]$ с $T_{\text{BEC}} = 100$ K. (б) Критическая температура СП перехода как функция плотности конденсата для 2b взаимодействия с (красная пунктирная кривая) и без (чёрная сплошная кривая) вклада, содержащего члены с N_q . Синяя кривая показывает температуру перехода БКТ как функции плотности конденсата. Были использованы параметры, типичные для MoS₂ и hBN: $\epsilon_d = 4.89$, $m_e = 0.46 m_0$ и $M = m_0$.

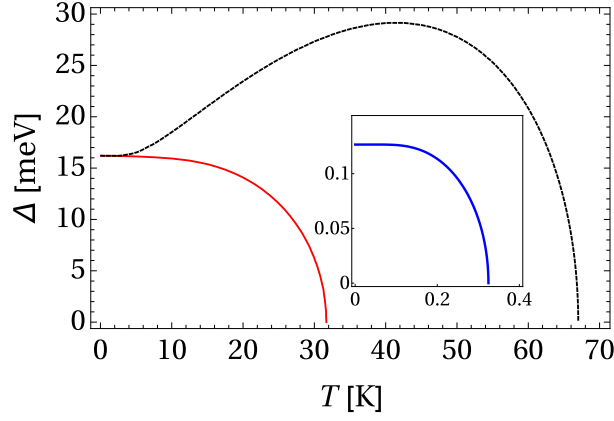


Рис. 21 — Сверхпроводящая щель как функция температуры. Красная сплошная кривая показывает $2b$ щель без учёта членов, содержащих N_q . Чёрная пунктирная кривая показывает полную температурную зависимость (включая влияние члена, содержащего N_q). На вставке для сравнения показана СП щель для $1b$ процессов. Использовались параметры, характерные для MoS_2 и hBN , а также $d = 1$ нм, $l = 2.5$ нм; $n_e = 1.2 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ и $n_c = 5.0 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$.

звано отношением двух эффективных потенциалов электрон-электронного спаривания, $V_{1b}/V_{2b} \sim (\xi_h k_F)(n_c \xi_h^2) \ll 1$. Более того, поправка за счёт конечной температуры к $2b$ потенциалу спаривания приводит к дополнительному увеличению щели с увеличением температуры. В результате $2b$ щель демонстрирует ярко выраженную немонотонную температурную зависимость.

Как следует из полученных уравнений, как Δ , так и T_c растут (i) с увеличением n_c (ввиду их зависимости от скорости звука s , которая, в свою очередь, определяется n_c); (ii) с уменьшением n_e (ввиду зависимости от волнового вектора Ферми p_F в экспоненциальном множителе g_{p_F}). Также было показано, что кулоновское отталкивание не разрушает сверхпроводимость, опосредованную $2b$ процессами в разумном диапазоне параметров.

Строго говоря, теория БКШ – это теория слабой связи, и её результаты хорошо описывают только случай $\lambda_s^{(2b)} \ll 1$. В нашем же случае получилось $\lambda_s^{(2b)} \sim 0.5$, и поэтому необходимо развивать теорию сильной связи, чему посвящён [раздел 5.2](#), в котором, используя технику функций Грина, вычисляется сила электрон-боголонного взаимодействия $\lambda_s^{(2b)}$ и оценивается критическая температура СП перехода. Для вывода уравнений Элиашберга использовался формализм Намбу–Горькова [14] в частотном представлении Мацубары. Собственные энергии взаимодействия электронов и боголонов, $\hat{\Sigma}_{1b}$ и $\hat{\Sigma}_{2b}$, могут быть найдены из уравнения Дайсона в первом порядке теории возмущений, в соответствии с диаграммами, представленными на рис. 22. Как уже было продемонстрировано, вклад $2b$ процессов является доминирующим, $\hat{\Sigma}_{2b} \gg \hat{\Sigma}_{1b}$. Остальные члены, такие как процессы, опосредованные тремя, четырьмя и т.д. боголонами, дают меньший вклад.

Далее в рамках теории Элиашберга необходимо разложить матрицу собственной энергетической части и переписать её в виде линейной комбинации матриц Паули со ска-

лярными функциями в качестве коэффициентов [40],

$$\hat{\Sigma}(\mathbf{k}, i\varpi_k) = i\varpi_k [1 - Z(\mathbf{k}, i\varpi_k)] \sigma_0 + \chi(\mathbf{k}, i\varpi_k) \sigma_3 + \phi(\mathbf{k}, i\varpi_k) \sigma_1 + \bar{\phi}(\mathbf{k}, i\varpi_k) \sigma_2, \quad (28)$$

где ϖ_k и ω_n – мацубаровские частоты фермионов и бозонов, соответственно, $Z(\mathbf{k}, i\varpi_k)$ – функция перенормировки массы, $\chi(\mathbf{k}, i\varpi_k)$ – энергетический сдвиг, $\phi(\mathbf{k}, i\varpi_k)$ и $\bar{\phi}(\mathbf{k}, i\varpi_k)$ – параметры порядка. С помощью калибровочного преобразования [41] можно сделать так, чтобы параметр порядка $\bar{\phi}$ стал равным нулю. В результате приходим к уравнениям Элиашберга:

$$Z(\mathbf{k}, i\varpi_k) = 1 + \frac{T}{\varpi_k \mathcal{D}(p_F)} \sum_{\mathbf{p}, n} \frac{\varpi_n Z(\mathbf{p}, i\varpi_n)}{H(\mathbf{p}, i\varpi_n)} \lambda(\mathbf{k}, \mathbf{p}, k, n), \quad (29)$$

$$\chi(\mathbf{k}, i\varpi_k) = -\frac{T}{\mathcal{D}(p_F)} \sum_{\mathbf{p}, n} \frac{\xi_{\mathbf{p}} + \chi(\mathbf{p}, i\varpi_n)}{H(\mathbf{p}, i\varpi_n)} \lambda(\mathbf{k}, \mathbf{p}, k, n), \quad (30)$$

$$\phi(\mathbf{k}, i\varpi_k) = \frac{T}{\mathcal{D}(p_F)} \sum_{\mathbf{p}, n} \frac{\phi(\mathbf{p}, i\varpi_n)}{H(\mathbf{p}, i\varpi_n)} [\lambda(\mathbf{k}, \mathbf{p}, k, n) - \mathcal{D}(p_F) V(\mathbf{k} - \mathbf{p})],$$

где $\mathcal{D}(p_F)$ – плотность состояний на один спин на уровне Ферми, $V(\mathbf{k} - \mathbf{p})$ – матричные элементы статического экранированного кулоновского взаимодействия, $H(\mathbf{k}, i\varpi_k) = [\varpi_k Z(\mathbf{k}, i\varpi_k)]^2 + [\xi_{\mathbf{k}} + \chi(\mathbf{k}, i\varpi_k)]^2 + [\phi(\mathbf{k}, i\varpi_k)]^2$, а электрон-боголонная спектральная функция Элиашберга имеет вид [41, 40]:

$$\lambda(\mathbf{k}, \mathbf{p}, k, n) = \int_0^\infty \frac{2\omega d\omega}{(\varpi_k - \varpi_n)^2 + \omega^2} \alpha^2 F(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \omega), \quad \text{где} \quad (31)$$

$$\alpha^2 F(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \omega) = \frac{\mathcal{D}(p_F) g_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2 \epsilon_d^2 n_c^2}{2L^2} \frac{\Theta(\omega - s|\mathbf{k} - \mathbf{p}|)}{2\pi s^2 \sqrt{\omega^2 - (s|\mathbf{k} - \mathbf{p}|)^2}}. \quad (32)$$

Теперь СП щель можно найдена как $\Delta(\mathbf{k}, i\varpi_k) = \phi(\mathbf{k}, i\varpi_k)/Z(\mathbf{k}, i\varpi_k)$. Уравнение $\Delta(\mathbf{k}, i\varpi_k) = 0$ позволяет найти критическую температуру T_c . Как показано на рис. 23, кривые, полученные в рамках теории Элиашберга и БКШ, хорошо сходятся, когда $\lambda_s^{p(l)}$ мало – как и

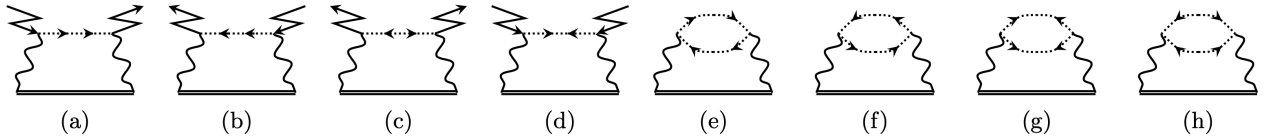


Рис. 22 – Собственноэнергетические диаграммы. Двойные сплошные линии обозначают функции Грина электрона \hat{G} . Зигзагообразными линиями обозначены частицы конденсата (таким образом, каждая зигзагообразная линия даёт множитель $\sqrt{n_c}$). Пунктирными линиями показаны боголоны. Волнистые линии обозначают электрон-экситонное взаимодействие $g_{\mathbf{p}}$. Панели (a)–(d) соответствуют 1b процессам, а панели (e)–(h) соответствуют 2b процессам. Физически диаграммы в (a)–(d) описывают возбуждение частицы конденсата в надконденсатное состояние движущимся электроном, тогда как (e)–(h) описывают поляризацию конденсата из-за движущегося электрона.

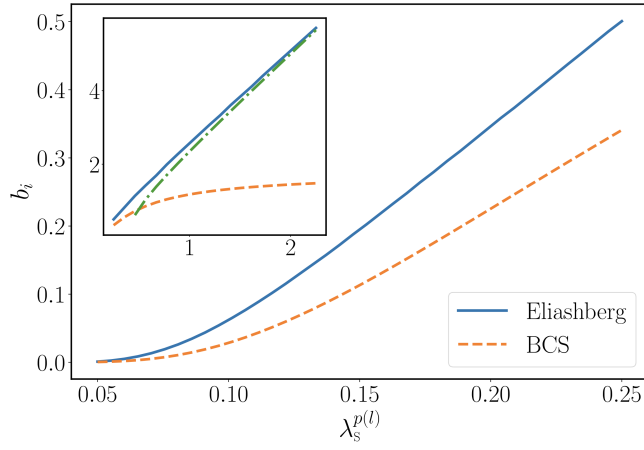


Рис. 23 — Безразмерная критическая температура b_i как функция безразмерной константы связи $\lambda_s^{p(l)}$. Основной график соответствует случаю малых $\lambda_s^{p(l)}$. На вставке показан общий случай произвольного $\lambda_s^{p(l)}$. Синяя сплошная кривая: результаты расчёта с использованием уравнений Элиашберга, $b_E = \pi T/sk_F$; жёлтая пунктирная кривая: результаты расчётов с использованием теории БКШ, $b_{\text{BCS}} = \pi T/2\omega_D$.

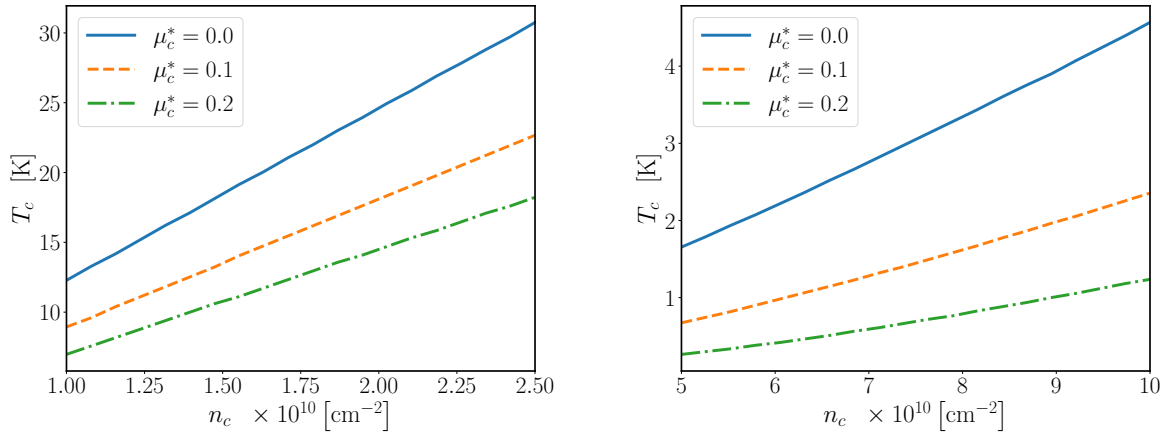


Рис. 24 — Критическая температура СП перехода как функция плотности конденсата, рассчитанная в рамках теории Элиашберга для различных значений безразмерной силы кулоновского взаимодействия μ_c^* . Использовались параметры, характерные для MoS₂ (левая панель) и графена (правая панель).

ожидалось. С увеличением $\lambda_s^{p(l)}$ расхождения между двумя теориями становятся всё более и более заметными. При $\lambda_s^{p(l)} \rightarrow \infty$ асимптотический предел даёт почти линейную зависимость критической температуры Элиашберга от коэффициента связи $\lambda_s^{p(l)}$. Такая зависимость не характерна для обычных СП, обсуждаемых в более ранних работах [14], в которых была обнаружена зависимость $T_c \sim \sqrt{\lambda_s}$ в рамках модели Эйнштейна. Линейное поведение в нашем случае можно понять как результат особенностей угловой зависимости интегралов в 2D системах.

На рис. 24 показана критическая температура СП перехода как функция плотности конденсата. Для параболической дисперсии были использованы параметры для MoS₂, а для случая линейной дисперсии – параметры, характерные для графена. Отметим, что исследуемые результаты не находятся в противоречии с теоремой Хоенберга–Мер-

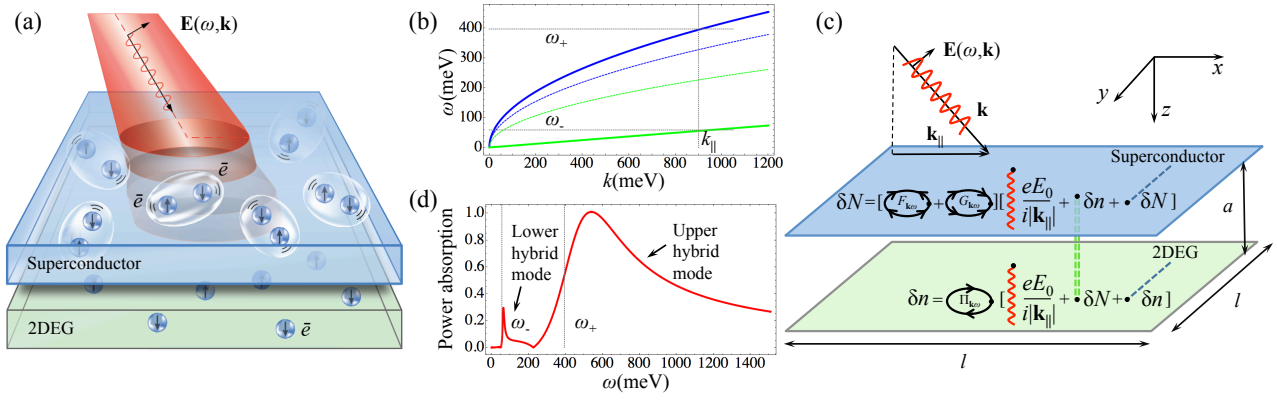


Рис. 25 — Схематическое изображение системы. (а) Гибридная структура нормальный металл – сверхпроводник под воздействием ЭМ поля падающего света. (b) Дисперсии гибридных собственных мод системы. Пунктирные кривые соответствующих цветов показывают индивидуальные моды каждого слоя при выключенном взаимодействии. (с) Схема внутрислойного и межслойного взаимодействия в системе. (d) Спектр поглощения электромагнитного излучения системой – резонанс Фано.

мина–Вагнера [9], поскольку во всех расчётах, проведённых выше, рассматривались системы конечного размера.

В разделе 5.3 рассмотрены гибридные системы сверхпроводник – полупроводник и сверхпроводник – графен (рис. 25). Электроны в верхнем слое взаимодействуют посредством кулоновского взаимодействия между собой и с куперовскими парами в параллельном слое. Используя поляризационные операторы 2DЭГ и сверхпроводника [42], была решена задача о нахождении собственных значений, в результате были получены две ветви дисперсии гибридных мод [рис. 25(b)].

Далее был рассмотрен линейный отклик системы на внешнее поле и посчитан коэффициент поглощения системы, $\mathcal{P}(\omega) = \langle \mathcal{R}e \int d^2r \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t) \rangle / 2$, где интегрирование ведётся по плоскости нормального металла, а $\langle \cdot \cdot \cdot \rangle$ означает усреднение по времени. Используя уравнение непрерывности, $k j_{k, \omega} = -e\omega \delta n_{k, \omega}$, где $\delta n_{k, \omega}$ описывает флуктуации электронной плотности в 2DЭГ, находим: $\mathcal{P}(\omega) \sim e\omega / (2k) |\mathcal{R}e(\delta n_{k, \omega})| E_0$, где было учтено электрон-электронное взаимодействие и взаимодействие между электронами и куперовскими парами, а также связь 2DЭГ и сверхпроводника со светом [см. схематическое описание соответствующих процессов на рис. 25(c)].

Из-за присутствия различных механизмов взаимодействия система демонстрирует резонанс Фано [рис. 25(b)]. 2DЭГ оказывается очень чувствительным к изменению состояния сверхпроводника.

Раздел 5.4 посвящён флуктуационной сверхпроводимости в двумерных системах под воздействием внешнего ЭМ поля. Здесь и бозонная и фермионная подсистемы находятся в одном и том же слое: система представляет собой смесь двух взаимодействующих газов электронов и куперовских пар.

Следуя стандартному подходу [43], рассматривается зависимость от волнового вектора и частоты диэлектрическая проницаемость 2DЭГ с учётом СФ,

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + i \frac{4\pi k}{(\epsilon_d + 1)\omega} (\sigma_{k\omega}^D + \sigma_{k\omega}^{AL}), \quad (33)$$

где $\sigma_{k\omega}^D$ и $\sigma_{k\omega}^{AL}$ – проводимости Друде и Асламазова–Ларкина. Уравнение $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 0$ позволяет найти закон дисперсии коллективных мод и их затухание. В отсутствие внешних возмущений куперовские пары подчиняются классическому распределению Рэлея–Джинса $f_0(\mathbf{p}) = T/\varepsilon_{\mathbf{p}}$, где \mathbf{p} – импульс центра масс куперовской пары, температура T берётся в единицах энергии, а $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \alpha_{AL}T_c(\epsilon_T + \xi_c^2 p^2/\hbar^2) = p^2/4m_e + \alpha_{AL}T_c\epsilon_T$ – энергия, где $\epsilon_T = (T - T_c)/T_c > 0$ – приведённая температура [44]; α_{AL} фиксируется соотношением $4m_e\alpha_{AL}T_c\xi_c^2/\hbar^2 = 1$; длина когерентности ξ_c в 2D образцах имеет разные определения для случаев чистого $T\tau/\hbar \gg 1$ и “грязного” режимов $T\tau/\hbar \ll 1$, где τ – время релаксации электронов, которое для простоты будем считать постоянным. Оба режима сшиваются в общем выражении $\xi_c^2 = \frac{v_F^2\tau^2}{2} \left[\psi_d\left(\frac{1}{2}\right) - \psi_d\left(\frac{1}{2} + \frac{\hbar}{4\pi T\tau}\right) + \frac{\hbar\psi_d'\left(\frac{1}{2}\right)}{4\pi T\tau} \right]$, где $\psi_d(x)$ – дигамма-функция, а $v_F = \hbar\sqrt{4\pi n_e}/m_e$ – скорость Ферми. Индуцированное электрическое поле $\mathbf{E}^i(k, \omega)$, вызванное флуктуациями плотности заряда, можно найти из уравнения Пуассона в квазистатическом пределе (когда эффектами запаздывания, как правило, можно пренебречь). Поскольку $v_F \gg u$, где $u = p/2m_e$ – скорость куперовской пары, можно пренебречь пространственной дисперсией обеих проводимостей, что даёт

$$\sigma_{\omega}^D = e^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{v_x^2\tau}{1 - i\omega\tau} \left(-\frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{p}}} \right), \quad \sigma_{\omega}^{AL} = (2e)^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{u_x^2\tau_{\mathbf{p}}}{1 - i\omega\tau_{\mathbf{p}}} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}} \right), \quad (34)$$

где v_x , $\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{p}} = p^2/2m_e$, и \mathcal{F}_0 – скорость, энергия и равновесная функция распределения Ферми нормальных электронов, а $\tau_{\mathbf{p}} = \hbar\pi\alpha_{AL}/(16\varepsilon_{\mathbf{p}})$ – время жизни куперовской пары.

Используя ур. (34), можно переписать (33) в виде

$$\left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 + i \left[\frac{1}{\omega_p\tau} + \omega_p\tau \frac{\sigma_{\omega}^{AL}}{\sigma_0^D} \right] \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right) - \frac{\sigma_{\omega}^{AL}}{\sigma_0^D} - 1 = 0, \quad (35)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_e k/m_e(\epsilon_d + 1)$ – частота плазмона в 2DЭГ и $\sigma_0^D = e^2 n_e \tau/m_e$ – статическая проводимость Друде; $\sigma_0^{AL} = e^2/(16\hbar\epsilon_T)$ – статическая проводимость АЛ. ЭМ поле, индуцированное плазменными колебаниями нормальных электронов, является квазистатическим для флуктуирующих куперовских пар, и можно пренебречь частотной зависимостью проводимости АЛ в окрестности плазменного резонанса. Тогда ур. (35) может быть решено точно,

$$\omega = \omega_p \sqrt{1 + \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} - \left(\frac{1}{2\omega_p\tau} + \frac{\omega_p\tau}{2} \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} \right)^2} - \frac{i}{2} \left(\frac{1}{\tau} + \omega_p^2\tau \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} \right). \quad (36)$$

У отсутствие СФ ($\sigma_0^{AL} = 0$), ур. (36) переходит в привычное нам выражение для плазменной частоты электронного газа. Очевидно, что плазменная ветвь может существо-

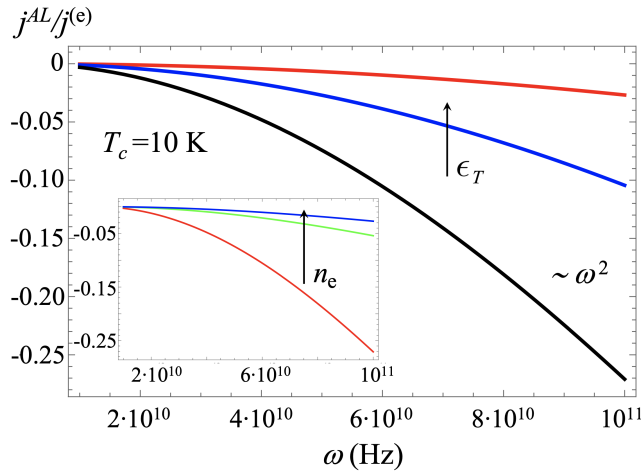


Рис. 26 — Отношение электрических токов АЛ и Друде как функция частоты внешнего ЭМ поля для разных температур. На вставке показано соотношение токов как функция частоты для разных плотностей электронов для $T = 10.3$ К.

вать только при слабом рассеянии, $2\omega_p\tau > 1$. Полагая $\sigma_0^{AL} \ll \sigma_0^D$ и $\omega_p\tau \gg 1$, находим $\omega = \omega_p \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p\tau}{2} \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}\right)^2} - i \frac{\omega_p^2\tau}{2} \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}$. Из этого соотношения видно, что даже если взять небольшим коэффициент $\sigma_0^{AL}/\sigma_0^D \ll 1$, его малость можно компенсировать большим (плазменным) фактором $\omega_c\tau \gg 1$, что делает их произведение не обязательно малым. Это означает, что взаимодействие нормальных электронов с флуктуирующими куперовскими парами приводит к значительной перенормировке затухания.

Ток увлечения нормальных электронов представляет собой нелинейный отклик системы на внешнее ЭМ возмущение, и в случае продольных электромагнитных волн он имеет вид [45] $\mathbf{j}^{(e)} = \frac{\mathbf{k}}{2e\omega n_e} \left| \frac{\sigma_\omega^D E_0}{\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} \right|^2$, где $\sigma_\omega^D = \sigma_0^D / (1 - i\omega\tau)$. Наличие функции $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ в знаменателе здесь отражает экранировку внешнего поля носителями заряда, в том числе СФ. Для нахождения тока записывается уравнение Больцмана [44] для функции распределения СФ. Затем, находим поправки к функции распределения за счёт внешнего ЭМ поля – до второго порядка, $f = f_0 + f_1 + f_2 + o(f_3)$, поскольку $j^{AL} = 2e \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} u_x f_2$. В результате получаем:

$$\mathbf{j}^{AL} = \frac{\mathbf{k}}{2e\omega n_e} \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} \left| \frac{\sigma_\omega^D E_0}{\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} \right|^2 G(\beta_\omega), \quad (37)$$

где $\beta_\omega = \pi\hbar\omega/16T_c\epsilon_T$ и $G(\beta_\omega) = \frac{1}{\beta_\omega^3} \left\{ 2\beta_\omega [\beta_\omega\omega\tau - (\beta_\omega + 2\omega\tau) \arctan(\beta_\omega)] + (2\beta_\omega - \beta_\omega^2\omega\tau + 2\omega\tau) \ln(1 + \beta_\omega^2) \right\}$. Соотношение токов Друде и АЛ показано на рис. 26. Видно, что с уменьшением ϵ_T и n_e роль поправок АЛ возрастает и становится значительной.

Обобщим наше рассмотрение на случай СП во флуктуационном режиме под действием постоянного МП. Теперь приходится иметь дело с компонентами тензоров магнитопроводимостей Друде и АЛ. Нам интересен спектр поглощения, который может быть выведен из мнимой части плазменной дисперсии, $\Gamma(\omega_k, \omega_c)$. Экспериментальное наблюдение плазменного резонанса возможно при выполнении условия $\omega\tau \gg 1$ (чтобы примесное

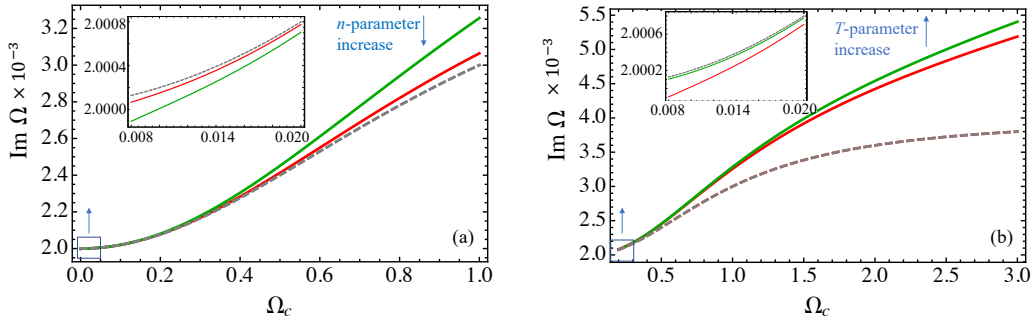


Рис. 27 — Затухание магнитоплазменного резонанса $\text{Im } \Omega = \text{Im}(\omega/\omega_k)$ как функция нормированной циклотронной частоты $\Omega_c = \omega_c/\omega_k$. (а) Зависимость затухания плазмона от электронной плотности: $n_e = 5 \times 10^{13} \text{ см}^{-2}$ (зелёные кривые) и 10^{14} см^{-2} (красные кривые) при $T = 10.1 \text{ К}$. (б) Зависимость затухания плазмона от температуры: $T = 10.02 \text{ К}$ (красные кривые) и 10.9 К (зелёные кривые) при $n_e = 5 \times 10^{13} \text{ см}^{-2}$. Пунктирными линиями на обеих панелях для сравнения показаны кривые затухания плазмона без учёта СФ. Время рассеяния $\tau = 5 \times 10^{-10} \text{ с}$.

затухание не препятствовало образованию плазмонов). При этом условии СП находится в т.н. “чистом режиме”, когда эффекты нелокальности играют существенную роль [46]. Общее выражение для частотно-зависимой парапроводимости при конечном МП и поправках на нелокальность имеет вид [46]: $\sigma_{xx}^{\text{AL}}(\omega, \omega_c) = \sigma_0^{\text{AL}}(\omega, \omega_c) \left[\frac{1 - i\omega\tau + 2\omega_c^2\tau^2}{(1 - i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2} \right]^2$, где $\sigma_0^{\text{AL}}(\omega, \omega_c)$ – парапроводимость в “локальном приближении”, а остальные члены в этом выражении учитывают нелокальные поправки.

Оценим затухание магнитоплазмона аналитически в пределе слабого рассеяния электронов на примесях, $\omega_p\tau \gg 1$. Дисперсионное уравнение принимает вид

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{1 - 2i\omega\tau}{\tau^2} + i\frac{\omega_k^2}{\omega\tau} \left[1 + \eta_c(\omega) \frac{(1 - i\omega\tau + 2\omega_c^2\tau^2)^2}{(1 - i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2} \right], \quad (38)$$

где $\eta_c(\omega) = \sigma_0^{\text{AL}}(\omega, \omega_c)/\sigma_0^D$ определяет силу взаимодействия между нормальными электронами и СФ. В отсутствие СФ, $\eta_c(\omega) = 0$, и ур. (38) может быть решено методом последовательных приближений в пределе $\omega\tau \gg 1$, что даёт $\omega = \omega_p - i\Gamma$. Следует отметить, что $\omega_p\tau \gg 1$, что является условием наблюдения магнитоплазменного резонанса. Разумеется, при малых МП дисперсия магнитоплазмона должна совпасть с частотой “голого” 2D плазмона ω_k , тогда как с увеличением МП, ω_p приближается к циклотронной частоте ω_c .

Выражение (38) точное. В пределе $\omega\tau \gg 1$ оно решается последовательными приближениями. В самом низком порядке подставляем $\omega = \omega_p$ в правую часть этого выражения, и из ур. (38) снова находим $\omega = \omega_p - i\Gamma(\omega_k, \omega_c)$, где

$$\Gamma(\omega_k, \omega_c) = \frac{1}{\tau} - \frac{\omega_k^2}{2\omega_p^2\tau} \left[1 - \eta_c \frac{4\omega_c^4\tau^2 - \omega_p^2}{\omega_k^2} \right]. \quad (39)$$

Можно сделать вывод, что наличие СФ приводит к сужению резонанса, поскольку $\sigma_0^{\text{AL}}/\sigma_0^D > 0$, и, следовательно, $1 - \sigma_0^{\text{AL}}/\sigma_0^D < 1$. В случае же сильных МП, $\omega_c \gg \omega_k$,

$\Gamma = [1 + 2(\omega_c\tau)^2\eta_c]/\tau$, что соответствует уширению резонанса в отличие от предельного случая слабых полей.

В разделе 5.5 приведены краткие выводы к главе 5. Пятая глава написана на основе работ соискателя [A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24].

В **заключении** приведены основные результаты работы:

1. Разработана микроскопическая теория фотогальванического эффекта в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов под действием сильного долинно-селективного электромагнитного поля накачки.
2. Развита стационарно-неравновесная микроскопическая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах.
3. Разработана микроскопическая теория фотоиндуцированного квантового долинного эффекта Холла в системе двумерных непрямых экситонов.
4. Развита теория эффекта фотонного увлечения в двумерных экситонных системах под действием внешнего электромагнитного поля.
5. Рассчитан фотоиндуцированный электрический ток, возникающий в системе, содержащей Бозе-конденсат экситонов под воздействием внешнего электромагнитного поля с частотой, превышающей потенциал ионизации экситона.
6. Разработана теория парамагнитного резонанса в спин-поляризованном поляритонном или экситонном газе в микрорезонаторах с беспорядком.
7. Развита микроскопическая теория квантовых прыжков применительно к экситон-поляритонам в плоских микрорезонаторах.
8. Разработана модель магнитоплазменного резонанса в гибридной системе, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов.
9. Исследовано явление захвата электронов притягивающим кулоновским примесным центром, заключённым в гибридную бозе-фермиевскую систему, состоящую из пространственно разделённого двумерного электронного газа и газа дипольных экситонов в состоянии конденсации.
10. Разработан формализм Блоха–Грэнайзена применительно к транспорту электронов, взаимодействующих с двумерным бозе-конденсированным газом дипольных экситонов посредством кулоновского взаимодействия.
11. Развита теория сверхпроводящего спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели БКШ (режим слабой связи) и рассчитана критическая температура сверхпроводящего перехода в графене и дихалькогенидах переходных металлов. Разработана теория спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели Элиашберга (режим сильной связи).
12. Построена теория плазменного и магнитоплазменного резонансов в двумерных материалах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние (выше температуры перехода), где сверхпроводящие флуктуации могут быть описаны теорией Асламазова–Ларкина. Описан когерентный фотогальванический эффект в сверхпроводниках во флуктуационном режиме.

Публикации автора по теме диссертации

- [A1] Kovalev V. M., Savenko I. G. Photogalvanic currents in dynamically gapped transition metal dichalcogenide monolayers // *Phys. Rev. B.* — 2019. — Vol. 99. — P. 075405.
- [A2] Valley Hall transport of photon-dressed quasiparticles in two-dimensional Dirac semiconductors / V. M. Kovalev, W.-K. Tse, M. V. Fistul, I. G. Savenko // *New J. Phys.* — 2018. — Vol. 20. — P. 083007.
- [A3] Vakulchyk I., Kovalev V. M., Savenko I. G. Nonequilibrium theory of the photoinduced valley Hall effect // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103. — P. 035434.
- [A4] Kovalev V. M., Savenko I. G. Quantum anomalous valley Hall effect for bosons // *Phys. Rev. B.* — 2019. — Vol. 100. — P. 121405.
- [A5] Boev M. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Resonant Photon Drag of Dipolar Excitons // *JETP Lett.* — 2018. — Vol. 107. — P. 737–741.
- [A6] Kovalev V. M., Miroschnichenko A. E., Savenko I. G. Photon drag of a Bose-Einstein condensate // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 98. — P. 165405.
- [A7] Kovalev V. M., Boev M. V., Savenko I. G. Proposal for frequency-selective photodetector based on the resonant photon drag effect in a condensate of indirect excitons // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 98. — P. 041304.
- [A8] Kovalev V. M., Savenko I. G. Photoinduced electric currents in Bose-Einstein condensates // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 98. — P. 201405.
- [A9] Kovalev V. M., Savenko I. G. Paramagnetic resonance in spin-polarized disordered Bose-Einstein condensates // *Sci. Rep.* — 2017. — Vol. 7. — P. 2076.
- [A10] Quantum treatment of the Bose-Einstein condensation in nonequilibrium systems / H. Flayac, I. G. Savenko, M. Möttönen, T. Ala-Nissila // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 92. — P. 115117.
- [A11] Evolution of Temporal Coherence in Confined Exciton-Polariton Condensates / M. Klaas, H. Flayac, M. Amthor et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Vol. 120. — P. 017401.
- [A12] Coherent Topological Polariton Laser / T. H. Harder, M. Sun, O. A. Egorov et al. // *ACS Photonics.* — 2021. — Vol. 8, no. 5. — P. 1377–1384.
- [A13] Boev M. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Magnetoplasmon Fano resonance in Bose-Fermi mixtures // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94. — P. 241408.
- [A14] Boev M. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Bogolon-mediated electron capture by impurities in hybrid Bose-Fermi systems // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97. — P. 165305.

- [A15] Unconventional Bloch-Grüneisen Scattering in Hybrid Bose-Fermi Systems / K. H. A. Villegas, Meng Sun, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2019. — Vol. 123. — P. 095301.
- [A16] Bogolon-mediated electron scattering in graphene in hybrid Bose-Fermi systems / Meng Sun, K. H. A. Villegas, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // [Phys. Rev. B.](#) — 2019. — Vol. 99. — P. 115408.
- [A17] Theory of BCS-like bogolon-mediated superconductivity in transition metal dichalcogenides / Meng Sun, A V Parafilo, K H A Villegas et al. // [New J. Phys.](#) — 2021. — Vol. 23, no. 2. — P. 023023.
- [A18] Bose-Einstein condensate-mediated superconductivity in graphene / M. Sun, A. V. Parafilo, K. H. A. Villegas et al. // [2D Materials.](#) — 2021. — Vol. 8, no. 3. — P. 031004.
- [A19] Strong-coupling theory of condensate-mediated superconductivity in two-dimensional materials / M. Sun, A. V. Parafilo, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // [Phys. Rev. Research.](#) — 2021. — Vol. 3. — P. 033166.
- [A20] Shedding light on topological superconductors / K. H. A. Villegas, V. M. Kovalev, F. V. Kusmartsev, I. G. Savenko // [Phys. Rev. B.](#) — 2018. — Vol. 98. — P. 064502.
- [A21] Optical Transistor for Amplification of Radiation in a Broadband Terahertz Domain / K. H. A. Villegas, F. V. Kusmartsev, Y. Luo, I. G. Savenko // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2020. — Vol. 124. — P. 087701.
- [A22] Kovalev V. M., Savenko I. G. Proposal for Plasmon Spectroscopy of Fluctuations in Low-Dimensional Superconductors // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2020. — Vol. 124. — P. 207002.
- [A23] Kovalev V. M., Sonowal K., Savenko I. G. Coherent photogalvanic effect in fluctuating superconductors // [Phys. Rev. B.](#) — 2021. — Vol. 103. — P. 024513.
- [A24] Sonowal K., Kovalev V. M., Savenko I. G. Magnetoplasmon resonance in two-dimensional fluctuating superconductors // [New J. Phys.](#) — 2021. — Vol. 23. — P. 093009.

Список литературы

- [1] The electronic properties of graphene / A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres et al. // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2009. — Vol. 81. — P. 109–162.
- [2] 2D transition metal dichalcogenides / S. Manzeli, D. Ovchinnikov, D. Pasquier et al. // [Nature Reviews Materials](#). — 2017. — Vol. 2, no. 8. — P. 17033.
- [3] Anomalous Hall effect / N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda et al. // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2010. — Vol. 82. — P. 1539–1592.
- [4] Geim Andre K. Nobel Lecture: Random walk to graphene // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2011. — Vol. 83. — P. 851–862.
- [5] Novoselov K. S. Nobel Lecture: Graphene: Materials in the Flatland // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2011. — Vol. 83. — P. 837–849.
- [6] Emergent phenomena at oxide interfaces / H. Y. Hwang, Y. Iwasa, M. Kawasaki et al. // [Nature Materials](#). — 2012. — Vol. 11. — P. 103–113.
- [7] Two-dimensional semiconductors in the regime of strong light-matter coupling / C. Schneider, M. M. Glazov, T. Korn et al. // [Nature Commun.](#) — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 2695.
- [8] Liew T.C.H., Shelykh I.A., Malpuech G. Polaritonic devices // [Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures](#). — 2011. — Vol. 43, no. 9. — P. 1543–1568.
- [9] Mermin N. D., Wagner H. Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models // [Phys. Rev. Lett.](#) — 1966. — Vol. 17. — P. 1133–1136.
- [10] Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al. // [Nature \(London\)](#). — 2006. — Vol. 443. — P. 409–414.
- [11] Localization and delocalization of light in photonic Moiré lattices / P. Wang, Y. Zheng, X. Chen et al. // [Nature \(London\)](#). — 2020. — Vol. 577. — P. 42–46.
- [12] The valley Hall effect in MoS₂ transistors / K. F. Mak, K. L. McGill, J. Park, P. L. McEuen // [Science](#). — 2014. — Vol. 344, no. 6191. — P. 1489–1492.
- [13] Arseev P. I. On the nonequilibrium diagram technique: derivation, some features and applications // [Phys. Usp.](#) — 2015. — Vol. 58, no. 12. — P. 1159–1205.
- [14] Mahan G. D. Many-Particle Physics. — Plenum Press, New York, 1990.
- [15] Anomalous Hall effect in a two-dimensional Dirac band: The link between the Kubo-Streda formula and the semiclassical Boltzmann equation approach / N. A. Sinitsyn, A. H. MacDonald, T. Jungwirth et al. // [Phys. Rev. B](#). — 2007. — Vol. 75. — P. 045315.

- [16] Anomalous Hall effect with massive Dirac fermions / I. A. Ado, I. A. Dmitriev, P. M. Ostrovsky, M. Titov // [Europhys. Lett.](#) — 2015. — Vol. 111. — P. 37004.
- [17] Sensitivity of the anomalous Hall effect to disorder correlations / I. A. Ado, I. A. Dmitriev, P. M. Ostrovsky, M. Titov // [Phys. Rev. B.](#) — 2017. — Vol. 96. — P. 235148.
- [18] Glazov M. M., Golub L. E. Valley Hall effect caused by the phonon and photon drag // [Phys. Rev. B.](#) — 2020. — Vol. 102. — P. 155302.
- [19] Sinitsyn N. A. Semiclassical theories of the anomalous Hall effect // [J. Phys: Cond. Matt.](#) — 2007. — Vol. 20, no. 2. — P. 023201.
- [20] Yao W., Niu Q. Berry Phase Effect on the Exciton Transport and on the Exciton Bose-Einstein Condensate // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2008. — Vol. 101. — P. 106401.
- [21] Kittel C. Quantum theory of solid states. — Wiley, New York, 2004.
- [22] Berry curvature of interacting bosons in a honeycomb lattice / Y. Li, P. Sengupta, G. G. Batrouni et al. // [Phys. Rev. A.](#) — 2015. — Vol. 92. — P. 043605.
- [23] Patucha K., Grygiel B., Zaleski T. A. Hall effect for interacting bosons in a lattice // [Phys. Rev. B.](#) — 2018. — Vol. 97. — P. 214522.
- [24] Senthil T., Levin M. Integer Quantum Hall Effect for Bosons // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2013. — Vol. 110. — P. 046801.
- [25] Landau L. D., Lifshitz E. M. Statistical Physics, Part 2 in the Course of Theoretical Physics, Vol. 9 / Ed. by E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii. — Pergamon Press, Oxford, New York, 2015.
- [26] Giorgini S. Damping in dilute Bose gases: A mean-field approach // [Phys. Rev. A.](#) — 1998. — Vol. 57. — P. 2949–2957.
- [27] Boev M. V., Chaplik A. V., Kovalev V. M. Interaction of Rayleigh waves with 2D dipolar exciton gas: impact of Bose-Einstein condensation // [J. Phys. D: Appl. Phys.](#) — 2017. — Vol. 50, no. 48. — P. 484002.
- [28] Shelykh I. A., Kavokin A. V., Malpuech G. Spin dynamics of exciton polaritons in microcavities // [Phys. Stat. Solidi \(b\).](#) — 2005. — Vol. 242, no. 11. — P. 2271–2289.
- [29] Polarization and Propagation of Polariton Condensates / I. A. Shelykh, Yuri G. Rubo, G. Malpuech et al. // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2006. — Vol. 97. — P. 066402.
- [30] Dum R., Zoller P., Ritsch H. Monte Carlo simulation of the atomic master equation for spontaneous emission // [Phys. Rev. A.](#) — 1992. — Vol. 45. — P. 4879–4887.
- [31] Schwendimann P., Quattropani A. Statistics of the polariton condensate // [Phys. Rev. B.](#) — 2008. — Vol. 77. — P. 085317.

- [32] Chaplik A. V., Krasheninnikov M. V. Two-dimensional plasmons (2DP) and acoustic waves in crystals // [Surface Science](#). — 1980. — Vol. 98, no. 1. — P. 533–552.
- [33] Ziman J. M. [Electrons and Phonons: The Theory of Transport Phenomena in Solids](#). — Oxford University Press, 2001.
- [34] Zaitsev R. O. Introduction to modern kinetic theory. — URSS editorial, 2014. — ISBN: [5396006110](#).
- [35] Bagnato V., Kleppner D. Bose-Einstein condensation in low-dimensional traps // [Phys. Rev. A](#). — 1991. — Vol. 44. — P. 7439–7441.
- [36] Kawamura T., Das Sarma S. Phonon-scattering-limited electron mobilities in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ heterojunctions // [Phys. Rev. B](#). — 1992. — Vol. 45. — P. 3612–3627.
- [37] Butov L. V. Exciton condensation in coupled quantum wells // [Solid State Commun.](#) — 2003. — Vol. 127, no. 2. — P. 89–98.
- [38] Laussy F. P., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Exciton-Polariton Mediated Superconductivity // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 104. — P. 106402.
- [39] Einenkel M., Efetov K. B. Possibility of superconductivity due to electron-phonon interaction in graphene // [Phys. Rev. B](#). — 2011. — Vol. 84. — P. 214508.
- [40] Margine E. R., Giustino F. Anisotropic Migdal-Eliashberg theory using Wannier functions // [Phys. Rev. B](#). — 2013. — Vol. 87. — P. 024505.
- [41] Allen P. B., Mitrovic B. [Theory of Superconducting \$T_c\$](#) / Ed. by H. Ehrenreich, F. Seitz, D. Turnbull. — Academic Press, 1983. — Vol. 37 of Solid State Phys. — P. 1–92.
- [42] Arseev P. I., Loiko S. O., Fedorov N. K. Theory of gauge-invariant response of superconductors to an external electromagnetic field // [Phys. Usp.](#) — 2006. — Vol. 49, no. 1. — P. 1.
- [43] Vitlina R. Z., Chaplik A. V. New branch of intersubband plasmons in a nonequilibrium two-layer system // [JETP Lett.](#) — 2005. — Vol. 81, no. 12. — P. 621–624.
- [44] Larkin A., Varlamov A. [Theory of Fluctuations in Superconductors](#). — Oxford University Press, 2009.
- [45] Ivchenko E. L. Photoinduced currents in graphene and carbon nanotubes // [Phys. Stat. Solidi \(b\)](#). — 2012. — Vol. 249, no. 12. — P. 2538–2543.
- [46] Aronov A. G., Hikami S., Larkin A. I. Gauge invariance and transport properties in superconductors above T_c // [Phys. Rev. B](#). — 1995. — Vol. 51. — P. 3880–3885.